Programme des colles du 19/01 au 23/01

1. Suites
   - Calcul du terme général : suite arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique et réécurrente linéaire d'ordre 2.
   - Limites finies de suites.
   - Toute suite convergente est bornée.
   - Limites $+\infty$ et $-\infty$.
   - Limite d'une combinaison linéaire de deux suites convergentes.
   - Limite du produit de suites convergentes.
   - Opérations et limites avec des suites convergentes ou divergentes vers $+\infty$ ou $-\infty$.
   - Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.
   - Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.
   - Théorème de convergence par encadrement.
   - Théorème de la limite monotone.
   - Suites extraites d'une suite.
   - Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
   - Si les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont la même limite, la suite (u_n) a aussi cette limite.
   - Suites à valeurs complexes.
   - Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.
2. Limites de fonctions.
   - Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l-\epsilon, l+\epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($]-\infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
   - **Limite d'une fonction : définition générique exprimée en termes de voisinages, à décliner ensuite en adaptant.**
   - Unicité de la limite.
   - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
   - Composition fonction-suite.
   - Caractérisation séquentielle de la limite.
   - **Savoir prouver que la fonction $f : x \mapsto \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite en 0.**
   - Limites et opérations $+$, $\times$, $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
   - Composée de fonctions et limites.
   - Limites par encadrement.
   - Stabilité des inégalités larges à la limite.
   - Théorème de la limite monotone.
   - Fonction continue en un point, fonction continue.
   - Fonctions continues et opérations.
   - **Théorème des valeurs intermédiaires : savoir donner la preuve par dichotomie.**
   - Image d'un intervalle par une fonction continue. (Rappel : les intervalles sont les parties C de $\mathbb{R}$ telles que $\forall a, b \in C,\ a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$)
   - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.