

---

## Programme des colles du 26/01 au 30/01

---

1. Suites
  - Suites extraites d'une suite.
  - Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
  - Si les suites  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  ont la même limite, la suite  $(u_n)$  a aussi cette limite.
  - Suites à valeurs complexes.
  - Suites  $u_{n+1} = f(u_n)$  : toujours représenter la fonction  $f$  pour étudier.
2. Limites de fonctions.
  - Voisinage d'un point  $l \in \mathbb{R}$  ( $[l - \epsilon, l + \epsilon]$  où  $\epsilon > 0$ ), de  $+\infty$  ( $[m, +\infty[$  où  $m \in \mathbb{R}$ ), de  $-\infty$  ( $] - \infty, m]$  où  $m \in \mathbb{R}$ )
  - Limites finies ou infinies d'une fonction : définitions.
  - Unicité de la limite.
  - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
  - Composition fonction-suite.
  - Caractérisation séquentielle de la limite.
  - **Savoir prouver que la fonction  $f : x \mapsto \cos(\frac{1}{x})$  n'a pas de limite en 0.**
  - Limites et opérations  $+, \times, /$  : les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
  - Composée de fonctions et limites.
  - Limites par encadrement.
  - Stabilité des inégalités larges à la limite.
  - Théorème de la limite monotone.
  - Fonction continue en un point, fonction continue.
  - Fonctions continues et opérations.
  - Théorème des valeurs intermédiaires.
  - Image d'un intervalle par une fonction continue. ( Rappel : les intervalles sont les parties  $C$  de  $\mathbb{R}$  telles que  $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$  )
  - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
3. Dérivation des fonctions
  - Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
  - Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
  - Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
  - Dérivée d'une bijection réciproque.
  - Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
  - **Lemme de Rolle**
  - **Théorème des accroissements finis.**
  - Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
  - Théorème de la limite de la dérivée.
  - Dérivées d'ordre supérieur : classes  $\mathcal{C}^n(I)$  où  $I \subset \mathbb{R}$ .
  - Dérivée  $n$ -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
  - Composées de fonctions de classe  $\mathcal{C}^n(I)$ .
  - Convexité sur un intervalle : définition, caractérisation pour les fonctions une ou deux fois dérivables.