
Programme des colles du 02/02 au 06/02

1. Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: toujours représenter la fonction f pour étudier.
2. Limites de fonctions.
 - Voisinage d'un point $l \in \mathbb{R}$ ($[l - \epsilon, l + \epsilon]$ où $\epsilon > 0$), de $+\infty$ ($[m, +\infty[$ où $m \in \mathbb{R}$), de $-\infty$ ($] - \infty, m]$ où $m \in \mathbb{R}$)
 - Limites finies ou infinies d'une fonction : définitions.
 - Unicité de la limite.
 - Limite à droite, limite à gauche et lien avec la limite.
 - Composition fonction-suite.
 - Caractérisation séquentielle de la limite.
 - Limites et opérations $+$, \times , $/$: les règles de calcul sont les mêmes que pour les suites.
 - Composée de fonctions et limites.
 - Limites par encadrement.
 - Stabilité des inégalités larges à la limite.
 - Théorème de la limite monotone.
 - Fonction continue en un point, fonction continue.
 - Fonctions continues et opérations.
 - Théorème des valeurs intermédiaires.
 - Image d'un intervalle par une fonction continue. (Rappel : les intervalles sont les parties C de \mathbb{R} telles que $\forall a, b \in C, a < b \Rightarrow [a, b] \subset C$)
 - Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
3. Dérivation des fonctions
 - Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
 - Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
 - Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
 - Dérivée d'une bijection réciproque.
 - Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
 - **Lemme de Rolle**
 - **Théorème des accroissements finis.**
 - Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
 - Théorème de la limite de la dérivée.
 - Dérivées d'ordre supérieur : classes $\mathcal{C}^n(I)$ où $I \subset \mathbb{R}$.
 - Dérivée n -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
 - Composées de fonctions de classe $\mathcal{C}^n(I)$
 - Convexité sur un intervalle : définition, caractérisation pour les fonctions une ou deux fois dérivables.
 - Extension aux fonctions à valeurs complexes : pas de Rolle ou théorème des accroissements finis, mais l'inégalité des accroissements finis qui caractérise les fonctions K -lipchitziennes sur un intervalle : ce sont celles dont le module de la dérivée est majoré par K .
4. Matrices et systèmes linéaires
 - Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .
 - Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.
 - Matrices élémentaires dans $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$: $E_{i,j}$ est la matrice avec un 1 ligne i , colonne j , qui est le seul élément non nul de la matrice.
 - Propriétés du produit matriciel : associativité et double distributivité.
 - Symbole de Kronecker et produit de matrices élémentaires.
 - Transposée d'une matrice. Notation A^T .
 - Opérations et transposées : transposée d'une combinaison linéaire, d'un produit.
 - Opérations élémentaires et matrices : matrices de dilatation, de transposition et de transvection, lien entre les opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice au moyen de ces matrices.
 - Puissances d'une matrice carrée.
 - **Formule du binôme : la connaître et savoir l'appliquer pour calculer les puissances de la matrice** $M = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$