
Programme des colles du 09/02 au 13/02

1. Dérivation des fonctions

- Définition de la dérivabilité, nombre dérivé et tangente.
- Une fonction dérivable en un point est continue en ce point.
- Dérivée d'une somme, d'un produit, de l'inverse d'une fonction ou d'un quotient.
- Dérivée d'une bijection réciproque.
- Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur au domaine de définition.
- Lemme de Rolle
- **Théorème des accroissements finis.**
- Fonctions lipchitziennes : définition, caractérisation par la dérivée dans le cas de fonctions dérivables sur un intervalle.
- Théorème de la limite de la dérivée.
- Dérivées d'ordre supérieur : classes $\mathcal{C}^n(I)$ où $I \subset \mathbb{R}$.
- Dérivée n -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz).
- Composées de fonctions de classe $\mathcal{C}^n(I)$
- Convexité sur un intervalle : définition, caractérisation pour les fonctions une ou deux fois dérivables.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes : pas de Rolle ou théorème des accroissements finis, mais l'inégalité des accroissements finis qui caractérise les fonctions K -lipchitziennes sur un intervalle : ce sont celles dont le module de la dérivée est majoré par K .

2. Matrices et systèmes linéaires

- Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans \mathbb{K} .
- Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.
- Matrices élémentaires dans $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$: $E_{i,j}$ est la matrice avec un 1 ligne i , colonne j , qui est le seul élément non nul de la matrice.
- Propriétés du produit matriciel : associativité et double distributivité.
- Symbole de Kronecker et produit de matrices élémentaires.
- Transposée d'une matrice. Notation A^T .
- Opérations et transposées : transposée d'une combinaison linéaire, d'un produit.
- Opérations élémentaires et matrices : matrices de dilatation, de transposition et de transvection, lien entre les opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice avec ces matrices.
- Systèmes linéaires
- Écriture matricielle $AX = B$ d'un système linéaire.
- Puissances d'une matrice carrée.
- **Formule du binôme : la connaître et savoir l'appliquer pour calculer les puissances de la matrice** $M = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
- Matrices diagonales, triangulaires. Stabilité par les opérations.
- Matrices carrées inversibles. Inverse.
- Inverse d'un produit de matrices inversibles.
- **Calcul de l'inverse d'une matrice carrée en faisant les mêmes opérations sur la matrice et sur une autre qui est au départ la matrice identité. Lien avec la résolution du système linéaire.**