
Programme des colles du 06/04 au 10/04

1. Espaces vectoriels.
 - Définition d'un \mathbb{K} -espace vectoriel, où $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.
 - Propriétés de calcul dans un e.v.
 - Définition d'un sous-espace vectoriel
 - Espaces de référence : \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(X, \mathbb{K})$.
 - Intersection de sous-espaces vectoriels.
 - Union de sous-espaces vectoriels F et G : ce n'est un s.e.v. que lorsque $F \subset G$ ou $G \subset F$.
 - Somme de deux sous-espaces vectoriels.
 - Somme directe. Définition par l'unicité de l'écriture, caractérisation par l'intersection.
 - Sous-espaces supplémentaires.
 - Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs, famille génératrice.
 - Famille libre, famille liée.
 - Bases et coordonnées.
 - Bases canoniques de \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
 - Toute famille de $n + 1$ vecteurs dans un espace engendré par n vecteurs est liée.
 - Si E est dimension n et \mathcal{F} est une famille de n vecteurs de E , alors \mathcal{F} est une base de E si et seulement si \mathcal{F} est libre, si et seulement si \mathcal{F} est génératrice de E .
 - Espaces de dimension finie, existence de bases et théorème de la base incomplète.
 - Rang d'une famille de vecteurs.
 - Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie. Cas d'égalité.
 - **Somme de deux sous-espaces : On suppose que (f_1, f_2, \dots, f_n) et (g_1, g_2, \dots, g_p) sont respectivement une base de F et de G**
Savoir prouver que $F + G$ est une somme directe si et seulement si la famille $e = (f_1, f_2, \dots, f_n, g_1, g_2, \dots, g_p)$ est libre, savoir (sans preuve) que $F + G = E$ si et seulement si e est génératrice, et donc que F et G sont supplémentaires si et seulement si e est une base.
 - Existence de supplémentaires, caractérisation par l'intersection et les dimensions.
 - Formule de Grassmann.
2. Analyse asymptotique
 - Relations de comparaison pour les fonctions : négligeabilité, domination, équivalence.
 - Propriétés conservées par équivalence : limite, signe.
 - Développement limité d'une fonction en un point, unicité du développement limité.
 - DL_0 et limite de fonction, DL_1 et dérivabilité en un point.
 - Lien entre régularité d'une fonction et développement limité.
 - Développement limité d'une primitive
 - **Formule de Taylor-Young, développements limités de l'exponentielle, cos, sin et $x \mapsto (1+x)^\alpha$ en 0.**
 - Calcul de développements limités d'une somme, d'un produit, d'une composée, de l'inverse, d'un quotient.
 - **Tangente et position par rapport à la tangente (point d'inflexion).**
 - Application des développements limités à la recherche d'asymptotes en $+\infty$ et $-\infty$.
3. Applications linéaires.
 - Définition de la linéarité, exemples.
 - Combinaisons linéaires et composées d'applications linéaires.
 - Image directe d'un s.e.v.