
Programme des colles du 21/09 au 25/09

1. Rappels et compléments d'analyse.

— Trinômes du second degré :

(a) Forme canonique

(b) Résolution de l'équation du second degré dans $\mathbb{R}$

(c) Somme et produit des racines

(d) Equations bicarrées et changement de variable $X = x^2$, équations symétriques du 4ème degré, changement de variable $u = x + \frac{1}{x}$.

— Valeur absolue : deux définitions, par disjonction de cas selon le signe ou par

$$|x| = \max\{x; -x\}.$$

— Interprétation géométrique de la valeur absolue $|y - x|$ en termes de distance et application à la résolution d'équations ou inéquations simples avec valeur absolue (exemple : $|x - a| \leq r$ où $a \in \mathbb{R}$ et $r > 0$).

— Equations et inéquations avec valeur absolue en général.

— Inégalité triangulaire :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$$

2. Limites

— Cas d'un polynôme, d'un quotient de polynômes en $+\infty$ ou $-\infty$.

— Méthode de la quantité conjuguée pour lever certaines indéterminations de limites.

3. Dérivation

— Equations de droites dans le plan

— **Définition de la dérivée d'une fonction en un point, tangente à la courbe : savoir refaire le schéma explicatif**

— **Dérivation d'une combinaison linéaire, d'un produit, de l'inverse et d'un quotient de fonctions dérivables : savoir refaire la preuve pour la dérivée d'un produit**

4. Fonctions usuelles

— Bijections

— Bijections : définition d'une bijection, et de la bijection réciproque.

— **Dérivabilité de la bijection réciproque f^{-1} en le point $x \in J$ dans le cas où $f : I \rightarrow J$ est une bijection dérivable en le point $f^{-1}(x)$. f^{-1} est dérivable en x si et seulement si $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$. Si c'est le cas, on a alors :**

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

Représenter une fonction bijective et sa réciproque pour illustrer tout ceci à l'aide de la symétrie par rapport à la droite $y = x$ en précisant le lien entre dérivée en un point et tangente en un point, ainsi que le lien entre le coefficient directeur d'une droite donnée et de sa symétrique par rapport à $y = x$

— Trigonométrie :

— Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus

— Angles associés : $-x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi - x$

— Fonction tangente : définition, π -périodicité, représentation graphique

— Formules $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$

— Trois formules pour $\cos(2x)$, une formule pour $\sin(2x)$

— Congruences et résolution d'équations du type $\cos a = \cos b$, $\sin a = \sin b$ ou $\tan a = \tan b$.

— Fonctions trigonométriques réciproques

— Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.