
Programme des colles du 28/09 au 02/10

1. Rappels et compléments d'analyse.

- Limites
 - Cas d'un polynôme, d'un quotient de polynômes en $+\infty$ ou $-\infty$.
 - Méthode de la quantité conjuguée pour lever certaines indéterminations de limites.
- Dérivation
 - Equations de droites dans le plan
 - Définition de la dérivée d'une fonction en un point, tangente à la courbe.
 - Dérivation d'une combinaison linéaire, d'un produit, de l'inverse et d'un quotient de fonctions dérivables : savoir refaire la preuve pour la dérivée d'un produit

2. Fonctions usuelles

- Bijections
 - Bijections : définition d'une bijection, et de la bijection réciproque.
 - **Dérivabilité de la bijection réciproque f^{-1} en le point $x \in J$ dans le cas où $f : I \rightarrow J$ est une bijection dérivable en le point $f^{-1}(x)$. f^{-1} est dérivable en x si et seulement si $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$. Si c'est le cas, on a alors :**

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

Représenter une fonction bijective et sa réciproque pour illustrer tout ceci à l'aide de la symétrie par rapport à la droite $y = x$ en précisant le lien entre dérivée en un point et tangente en un point, ainsi que le lien entre le coefficient directeur d'une droite donnée et de sa symétrique par rapport à $y = x$

- Trigonométrie :
 - Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
 - Angles associés : $-x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi - x$
 - Fonction tangente : définition, π -périodicité, représentation graphique
 - Formules $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$
 - Trois formules pour $\cos(2x)$, une formule pour $\sin(2x)$
 - Congruences et résolution d'équations du type $\cos a = \cos b$, $\sin a = \sin b$ ou $\tan a = \tan b$.
- Fonctions trigonométriques réciproques
 - Définition de la fonction arccos, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
 - Définition de la fonction arcsin, représentation graphique et étude de la dérivabilité.
 - **Définition de la fonction arctan, représentation graphique et étude de la dérivabilité.**
- Logarithme et exponentielle
 - Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en 1.
 - **Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit à savoir énoncer et prouver, logarithme de l'inverse, d'un quotient, d'une puissance entière naturelle ou relative à énoncer précisément.**
 - Exponentielle.
 - Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur $\mathbb{R}_+^*$:
 - Si $a > 0$, fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par $f_a(0) = 0$, croissantes. Elles sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, $f'_a = a f_{a-1}$.
 - Si $a < 0$, elles sont décroissantes et dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, avec une limite infinie en 0.
 - Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour x, y, a et b réels :
 - (a) $x^a \times x^b = x^{a+b}$
 - (b) $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
 - (c) $(x^a)^b = x^{ab}$
 - (d) $x^a \times y^a = (xy)^a$
 - (e) $\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$