
Programme des colles du 12/10 au 16/10

1. Fonctions usuelles

- Trigonométrie :
 - Cercle trigonométrique, fonctions cosinus et sinus
 - Angles associés : $-x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi - x$
 - Fonction tangente : définition, π -périodicité, représentation graphique
 - Formules $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$
 - Trois formules pour $\cos(2x)$, une formule pour $\sin(2x)$
 - Congruences et résolution d'équations du type $\cos a = \cos b$, $\sin a = \sin b$ ou $\tan a = \tan b$.
- Fonctions trigonométriques réciproques : définition des fonctions arccos, arcsin et arctan, représentation graphique et étude de leur dérivabilité.
- Logarithme et exponentielle
 - Logarithme défini comme la primitive de l'inverse sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en 1.
 - Propriétés du logarithme : logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient, d'une puissance entière naturelle ou relative.
 - Exponentielle.
 - Fonctions du type $f_a : x \mapsto x^a$ définies sur $\mathbb{R}_+^*$:
 - Si $a > 0$, fonctions qui se prolongent par continuité en 0 par $f_a(0) = 0$, croissantes. Elles sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, $f'_a = af_{a-1}$.
 - Si $a < 0$, elles sont décroissantes et dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, avec une limite infinie en 0.
 - Règles de calcul avec les puissances. Si les expressions ont un sens, on a pour x, y, a et b réels :

(a) $x^a \times x^b = x^{a+b}$	(d) $x^a \times y^a = (xy)^a$
(b) $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	(e) $\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$
(c) $(x^a)^b = x^{ab}$	
- Fonctions associées
 - **Pour $a, b \in \mathbb{R}$, savoir comment déduire du graphe C_f de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ceux C_g et C_h de $g : x \mapsto f(x-a)$ et $h : x \mapsto f(x)+b$**
 - Fonctions paires, impaires
 - Fonctions de courbe présentant un axe vertical ou un centre de symétrie
 - Fonctions périodiques

2. Complexes

- Définition, addition et multiplication.
- Conjugaison et propriétés, interprétation géométrique.
- Module d'un complexe, interprétation en termes de distance.
- **Inégalité triangulaire : savoir prouver que pour tous $z, w \in \mathbb{C}$, $|z+w| \leq |z| + |w|$.**
Le cas d'égalité est aussi à connaître, mais pas sa preuve
- Triangle de Pascal pour le développement de $(a+b)^n$
- Factorisation de $z^n - w^n$ par $z - w$:

$$z^n - w^n = (z - w)(z^{n-1} + z^{n-2}w + \cdots + zw^{n-2} + w^{n-1}) = (z - w) \sum_{k=0}^{n-1} z^k w^{n-1-k}.$$

- Sommes géométriques, si $q \neq 1$:

$$\sum_{k=0}^n q^k = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

- Factorisation par $(z - \alpha)$ d'une expression polynomiale en z qui s'annule pour $z = \alpha$.
- Applications à la trigonométrie
 - **Formules d'Euler, linéarisation.**
 - Formule de Moivre.
 - Représentation trigonométrique et argument d'un complexe non nul.
 - Argument d'un produit, d'un quotient.
 - Transformation d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ du type $f : x \mapsto a \cos(x) + b \sin(x)$ en $f : x \mapsto A \cos(x + \phi)$