

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.***

Questions de cours à préparer : sur 8 points

- 1) Factoriser (au choix du colleur) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(kx)$ ou $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$.
- 2) Énoncer les propriétés concernant la négation des opérateurs logiques (propriété 4.5 du cours) et la négation des quantificateurs (axiome 4.20 du cours).
- 3) On se donne une implication du type $A \Rightarrow B$.
Donner la définition de la contraposée de cette implication, de sa réciproque.
Définir, pour cette implication, ce qu'on entend par « condition nécessaire » et « condition suffisante ».
- 4) Donner la définition d'une application injective puis la traduction symbolique de cette définition. Faire de même pour les applications surjectives.
Donner la définition d'une application bijective.
- 5) Donner la définition d'une composée d'applications puis énoncer la proposition (4.34) concernant la composée d'injections, de surjections ou de bijections.
- 6) Démontrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- 7) Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- 8) Soit $k : x \in \mathbb{R} \mapsto k(x) = x^3 - 2x^2 + x \in \mathbb{R}$. Soit $I = [1; +\infty[$.
Montrer que la restriction $k|_{[1; +\infty[}$ est une bijection de I sur un intervalle J à préciser.
- 9) ***Valeur absolue : définition, énoncer (sans démonstration) les inégalités triangulaires et les principales propriétés de la valeur absolue (proposition 5.5 du cours).***
- 10) ***Résoudre l'inéquation d'inconnue x réelle : $\left|x + \frac{1}{x}\right| > 3$ (exercice 5.7 du cours).***
- 11) ***Montrer qu'il n'existe pas de relation d'ordre totale compatible avec les opérations de $(\mathbb{C}, +, \times)$.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Logique élémentaire, notamment démonstrations par l'absurde ou par contraposition. Résolutions d'équations ou de systèmes d'équations, pas trop compliqués mais éventuellement paramétrés. Démontrer qu'une fonction continue est bijective d'un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ sur un intervalle $J \subset \mathbb{R}$. ***Résolutions d'inéquations (notamment avec valeurs absolues), tableaux de signe. Calcul de limites, notamment interprétées comme nombres dérivés.***