Programme de colles n°9

Du 23 au 27 novembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) ln : définition, propriétés opératoires, limites, représentation graphique (sans démo).
2) exp : définition, propriétés opératoires, limites, représentation graphique (sans démo).
3) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \dfrac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln(x) < \dfrac{1}{x}$.
4) Fonctions puissances $x > 0 \mapsto x^\alpha$, où α est un réel donné : définition, dérivée, propriétés opératoires, limites (suivant valeur de α), représentations graphiques (suivant valeur de α).
5) Croissances comparées : énoncé du théorème.
6) Fonctions circulaires réciproques : définitions (on attend notamment les restrictions effectuées sur les fonctions trigonométriques pour qu'elles deviennent bijectives).
7) Fonctions circulaires réciproques : $\cos \circ \mathrm{Arccos}$, $\mathrm{Arccos} \circ \cos$, $\sin \circ \mathrm{Arcsin}$, $\mathrm{Arcsin} \circ \sin$, $\tan \circ \mathrm{Arctan}$, $\mathrm{Arctan} \circ \tan$, $\sin \circ \mathrm{Arccos}$ et $\cos \circ \mathrm{Arcsin}$ avec intervalle de validité (mais sans démonstration).
8) Fonctions circulaires réciproques : démontrer (au choix du colleur)
que $\forall x \in [-1;1], \cos(\mathrm{Arcsin}(x)) = \sqrt{1-x^2}$
ou que $\forall x \in [-1;1], \sin(\mathrm{Arccos}(x)) = \sqrt{1-x^2}$.
9) Fonctions circulaires réciproques : donner les dérivées de Arccos, Arcsin et Arctan (sans démonstration).
10) Fonctions circulaires réciproques : valeurs remarquables et représentations graphiques.
11) ***Fonctions hyperboliques : définition, propriétés (*** $\mathrm{ch} + \mathrm{sh}$***,*** $\mathrm{ch} - \mathrm{sh}$***,*** $\mathrm{ch}^2 - \mathrm{sh}^2$***), limites, dérivées, représentations graphiques.***
12) ***Montrer que*** $\forall x \in \mathbb{R}^*, \mathrm{Arctan}(x) + \mathrm{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$ ***en précisant le signe suivant la valeur de*** x***.***
13) ***Rappel : énoncer le théorème fondamental du calcul intégral et son corollaire (5.33 et 5.34).***
14) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème d'intégration par partie dans une intégrale.***
Donner (avec démonstration) l'ensemble des primitives de ln ***sur*** $\mathbb{R}_+^*$***.***
15) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème de changement de variable dans une intégrale.***
Calculer (avec démonstration) $L = 2\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1-u^2}\mathrm{d}u$ ***et en donner une interprétation géométrique.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Analyse : fonctions de référence, notamment $u^v = \exp\big(v\ln(u)\big)$, ln, exp, fonctions trigonométriques et réciproques ***et fonctions hyperboliques***.
Calcul d'intégrales, de primitives (pour les changements de variable, ils doivent être donnés aux élèves).