Programme de colles n°17

Du 5 au 9 février

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Effectuer un développement asymptotique de $f : x \mapsto \dfrac{x^3}{1+x^2}$ au voisinage de $\pm\infty$ et en déduire une équation de l'asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$ ainsi que la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à son asymptote.
2) Calculer le développement limité d'une fonction g (au choix du colleur) au voisinage d'un point et en déduire une équation de la tangente à $\mathcal{C}_g$ en ce point, ainsi que la position de $\mathcal{C}_g$ par rapport à cette tangente.
3) Calculer le $\mathrm{DL}_5(0)$ de Arccos.
4) Donner un équivalent d'une fonction (au choix du colleur) au voisinage d'un point.
5) ***Donner les espaces vectoriels de référence.***
Réponse attendue : $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ (espace vectoriel des suites à valeurs dans $\mathbb{K}$), $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A,\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A,E)$, $\mathcal{L}(E,F)$ où $n,p \in \mathbb{N}^*$, E et F deux e.v., A une partie quelconque de $\mathbb{R}$.
6) ***Définition d'un sous-espace vectoriel. Énoncer le théorème fondamental (12.5).***
7) ***Étant donnée une famille (finie) $\mathcal{U}$ de vecteurs d'un espace vectoriel $(E,+,.)$, donner la définition de $\mathrm{Vect}(\mathcal{U})$.***
Propriété de $\mathrm{Vect}(\mathcal{U})$? (proposition 12.6)
8) ***Soit E un e.v. et F et G deux s.e.v. de E. Définition de la somme $F+G$.***
Démontrer qu'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de E.
9) ***Avec les mêmes hypothèses, démontrer que $F\cap G$ est un sous-espace vectoriel de E.***
10) ***Quand dit-on que la somme de deux sous-espaces vectoriels est <u>directe</u> ?***
Caractérisation de la somme directe par l'intersection.
Définition des sous-espaces vectoriels supplémentaires.
11) ***Définition des applications linéaires. Que peut-on dire de la composée de deux applications linéaires ? de la bijection réciproque d'une application linéaire bijective ?***
12) ***Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire. Principales propriétés (théorème 12.20).***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Développements limités : calcul, utilisation pour l'obtention de limites, d'équivalents, d'asymptotes ou de tangentes (avec position par rapport à l'asymptote ou la tangente).

Espaces vectoriels : e.v. de référence, s.e.v., e.v. engendré par une famille, intersection de s.e.v., somme de s.e.v., somme directe/s.e.v. supplémentaires, applications linéaires.
On pourra éventuellement travailler avec l'espace vectoriel des polynômes, mais le chapitre sur les polynômes n'a pas encore été traité.
Attention ! La notion de dimension n'a pas encore été vue, et les projections et symétries non plus.