Programme de colles n°1

Du 18 au 22 septembre 2023

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) ***Factoriser deux entiers*** n ***et*** p ***(au choix du colleur) en produit de facteurs premiers.***
   Calculer $\mathrm{PGCD}(n;p)$ ***et*** $\mathrm{PPCM}(n;p)$.
2) ***Donner la forme simplifiée des sommes*** $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$ ***et*** $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$.
3) ***Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.***
4) ***Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique.***
5) ***Donner une factorisation pour*** $n \in \mathbb{N}, x, y \in \mathbb{R}$ ***de*** $x^n - y^n$.
6) ***Montrer que pour tout*** $i \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$ ***puis simplifier pour*** $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)}$.
7) ***Donner la définition des coefficients binomiaux.***
   Énoncer et démontrer la formule de Pascal.
8) ***Énoncer et démontrer la formule du binôme.***
9) ***Démontrer que*** $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$.
   Simplifier $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k$.
10) ***Démontrer que*** $\sqrt{2}$ ***est irrationnel.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Calculs de sommes finies, en utilisant notamment les sommes du cours : $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k$, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$, somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique/géométrique, formule du binôme.
Démonstrations par récurrence ou par l'absurde.
ATTENTION : pas encore de nombres complexes, quelques élèves ne les ayant jamais vus en Terminale.
Par ailleurs, on pourra donner des sommes doubles ou triangulaires pour les élèves montrant une bonne maîtrise des sommes simples.