

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. *En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.*

### Questions de cours à préparer

- 1) Énoncer le théorème de la dimension (15.24) et la définition de la dimension d'un espace vectoriel (15.26).
- 2) Énoncer les propriétés (15.28, 15.29) des familles libres/génératrices en dimension finie.
- 3) Donner la définition des bases canoniques de  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .
- 4) Dimension d'un sous-espace vectoriel : propriété et cas d'égalité (proposition 15.35).
- 5) Définition du rang d'une famille de vecteurs.

Calculer le rang d'une famille (au choix du colleur, par exemple dans  $\mathbb{R}^4$  ou  $\mathbb{R}_3[X]$ ).

- 6) Énoncé (précis) de la formule de Grassmann.
- 7) **Énoncer le théorème (15.39) de définition d'une application linéaire à l'aide des images d'une base de l'espace de départ.**

*Donner l'expression de  $\phi(x; y)$  pour  $\phi \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$  définie par*

$$\phi(1; 0) = \left( \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \phi(0; 1) = \left( \frac{-\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

*(ou autres images choisies par le colleur)*

- 8) **Énoncer (sans démonstration) le théorème (15.46) caractérisant les isomorphismes par l'image d'une base.**
- 9) **Énoncer (sans démonstration) la formule du rang. Énoncer (sans démonstration) le corollaire donnant la dimension d'un hyperplan  $H$  d'un e.v.  $E$  de dimension finie.**
- 10) **Énoncer le théorème (15.53) de caractérisation des isomorphismes en dimension finie.**
- 11) **Rappels : développement de  $\cos(nx)$ ,  $\operatorname{ch}(nx)$ ,  $\sin(nx)$ ,  $\operatorname{sh}(nx)$ , linéarisation des polynômes trigonométriques ou hyperboliques (au choix du colleur).**

### Programme pour les exercices

Dimension d'un espace vectoriel, rang d'une famille de vecteurs, formule de Grassmann.

*Applications linéaires en dimension finie : image d'une base par un isomorphisme, formule de Grassmann, hyperplans, caractérisation des isomorphismes en dimension finie.*

*Trigonométrie à l'aide des complexes, trigonométrie hyperbolique à l'aide de la partie paire/partie impaire d'une fonction.*