Programme de colles n°25

Du 29 avril au 3 mai

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Énoncer le théorème (15.39) de définition d'une application linéaire à l'aide des images d'une base de l'espace de départ.
   Donner l'expression de $\phi(x;y)$ pour $\phi \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ définie par
   $$\phi(1;0) = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{et} \quad \phi(0;1) = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$
   (ou autres images choisies par le colleur)
2) Énoncer (sans démonstration) le théorème (15.46) caractérisant les isomorphismes par l'image d'une base.
3) Énoncer (sans démonstration) la formule du rang. Énoncer (sans démonstration) le corollaire donnant la dimension d'un hyperplan H d'un e.v. E de dimension finie.
4) Énoncer le théorème (15.53) de caractérisation des isomorphismes en dimension finie.
5) Rappels : développement de $\cos(nx)$, $\mathrm{ch}(nx)$, $\sin(nx)$, $\mathrm{sh}(nx)$, linéarisation des polynômes trigonométriques ou hyperboliques (au choix du colleur).
6) ***Donner la définition du taux d'accroissement entre les points d'abscisses $a \in I$ et $x \in I$ d'une fonction $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$.***
   Donner la définition du nombre dérivé au point a.
7) ***Énoncer et démontrer la formule de dérivation d'un produit de deux fonctions dérivables en x_0.***
8) ***Énoncer et démontrer la formule de Leibniz pour les fonctions de classe $\mathcal{C}^n$.***
9) ***Rappels : dérivées, primitives ou développements limités des fonctions de référence.***
10) ***Énoncer et démontrer le théorème de Rolle.***
11) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème des accroissements finis et l'inégalité des accroissements finis.***
12) ***Énoncer <u>précisément</u> le théorème 16.33 donnant une condition suffisante d'existence d'un extremum local.***
13) ***Énoncer <u>précisément</u> le théorème de limite de la dérivée.***
14) ***Énoncer (sans démonstration) la définition des fonctions convexes sur un intervalle, le lemme des trois pentes et la caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Applications linéaires en dimension finie : image d'une base par un isomorphisme, formule de Grassmann, hyperplans, caractérisation des isomorphismes en dimension finie.
Trigonométrie à l'aide des complexes, trigonométrie hyperbolique à l'aide de la partie paire/partie impaire d'une fonction.
Dérivation, développements limités, trigo et trigo hyperbolique, théorème de la bijection dérivable, Leibniz...
Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalités des accroissements finis, théorème de limite de la dérivée.