Programme de colles n°26

Du 13 au 17 mai

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer

1) Donner la définition du taux d'accroissement entre les points d'abscisses $a \in I$ et $x \in I$ d'une fonction $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$.
   Donner la définition du nombre dérivé au point a.
2) Énoncer et démontrer la formule de dérivation d'un produit de deux fonctions dérivables en x_0.
3) Énoncer (sans démonstration) la formule de Leibniz pour les fonctions de classe $\mathcal{C}^n$.
4) Rappels : dérivées, primitives ou développements limités de référence.
5) Énoncer et démontrer le théorème de Rolle.
6) Énoncer (sans démonstration) le théorème des accroissements finis et l'inégalité des accroissements finis.
7) Énoncer <u>précisément</u> le théorème 16.33 donnant une condition ***suffisante*** d'existence d'un extremum local.
8) Énoncer <u>précisément</u> le théorème de limite de la dérivée.
9) Énoncer la définition des fonctions convexes sur un intervalle, le lemme des trois pentes et la caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables (sans démonstration).
10) ***Montrer que*** $x \in \mathbb{R} \mapsto \ln(1+e^x)$ ***est convexe.***
    En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}_+, \forall y \in \mathbb{R}_+, 1+\sqrt{xy} \leqslant \sqrt{(1+x)(1+y)}$***.***
11) ***Soit*** $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ ***et*** u ***la suite définie par*** $u_0 \in \mathbb{R}$ ***et*** $u_{n+1} = f(u_n)$***.***
    Montrer que si u ***converge vers*** $l \in \mathbb{R}$ ***alors*** $f(l) = l$***.***
12) ***Soit*** f ***une fonction définie et croissante sur*** $\mathbb{R}$ ***et*** u ***la suite définie par*** $u_0 \in \mathbb{R}$ ***et*** $u_{n+1} = f(u_n)$***. Montrer que si*** $u_1 \leqslant u_0$***, alors*** u ***est décroissante.***
    Que peut-on dire de u ***dans le cas général ?***
13) ***Révisions : théorème d'obtention d'une formule explicite pour les suites récurrentes linéaires d'ordre 2 ou arithmético-géométriques (au choix du colleur).***

Programme pour les exercices

Dérivation, développements limités, trigo et trigo hyperbolique, théorème de la bijection dérivable, formule de Leibniz...
Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalités des accroissements finis, théorème de limite de la dérivée.
Suites récurrentes.