Programme de colles n°28

Du 27 au 31 mai

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer

1) Soit $n \in \mathbb{N}$ et E_n l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à n dont les coefficients sont égaux à 0 ou à 1.
   Calculer $\text{Card}\,(E_n)$.

2) Combien un n-gone convexe a-t-il de diagonales ? Le démontrer.

3) Donner $\mathcal{P}\big(\{a; b; c\}\big)$.
   Soit E un ensemble à n éléments. Que vaut $\text{Card}\big(\mathcal{P}(E)\big)$? Le démontrer.

4) Nombre d'injections d'un ensemble E à p éléments dans un ensemble F à n éléments ? Le démontrer.
   Nombre de permutations d'un ensemble E à n éléments ? (sans démonstration)

5) Définition des coefficients binomiaux et interprétation combinatoire.
   Combien y a-t-il de mots de 9 lettres composés de 3 lettres A, 3 lettres B et 3 lettres C ? (ou autre exercice du même style au choix du colleur)

6) ***Révisions : énoncer (sans démonstration) le théorème de définition d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base (15.39) ou la caractérisation des isomorphismes en dimension finie (15.53) ou la formule de Grassmann ou le théorème du rang.***

7) ***Définitions de la matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs dans une base. Définition de la matrice d'une application linéaire dans deux bases. Cas particulier des endomorphismes.***

8) ***Coordonnées de l'image d'un vecteur/d'une famille de vecteurs par une application linéaire (énoncés). Matrice de la composée de deux applications linéaires : énoncé.***

9) ***Matrice de la bijection réciproque d'une application linéaire (énoncé). Définition d'une matrice de passage.***

10) ***Produit de deux matrices de passages, inverse d'une matrice de passage. Formule de changement de bases pour un vecteur.***

11) ***On donne $\phi \in \mathcal{L}\,(\mathbb{R}_2[X])$ (au choix du colleur). Donner la matrice de ϕ dans la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$.***
    OU : on donne une matrice M de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ (au choix du colleur). Donner l'expression de $\phi(x; y; z)$ pour ϕ canoniquement associée à M.

12) ***Formule de changement de base pour une matrice d'application linéaire : énoncé et démonstration.***
Cas particulier des endomorphismes.

13) ***Résumé des caractérisations des matrices inversibles. (Paragraphes IV.6 et V.5)***

14) ***Définition du noyau et de l'image d'une matrice. Formule du rang matricielle. Rang et transposition.***

Programme pour les exercices

Dénombrement.

Interprétations vectorielles des matrices : matrices d'applications linéaires, matrice d'une famille de vecteurs, formules de changements de base.