Programme de colles n°2

Du 23 au 27 septembre 2024

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) Donner la forme simplifiée des sommes $\sum_{k=1}^{n} k$ et $\sum_{k=1}^{n} k^2$.
2) Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.
3) Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique.
4) Donner une factorisation pour $n \in \mathbb{N}, x, y \in \mathbb{R}$ de $x^n - y^n$.
5) Montrer que pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$ puis simplifier pour $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)}$.
6) Donner la définition des coefficients binomiaux.
   Énoncer et démontrer la formule de Pascal.
7) Énoncer et démontrer la formule du binôme.
8) Démontrer que $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$.
   Simplifier $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k$.
9) Démontrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.
10) ***Simplifier*** $\sum_{1 \leqslant i \leqslant j \leqslant n} |i-j|$***.***
11) ***Énoncer les propriétés concernant la négation des opérateurs logiques (propriété 2.5 du cours) et la négation des quantificateurs (axiome 2.21 du cours). Donner la négation d'une propriété quantifiée (au choix du colleur).***
12) ***Donner la définition d'une application injective puis la traduction symbolique de cette définition. Faire de même pour les applications surjectives.***
    Donner la définition d'une application bijective.
13) ***Montrer que si*** $f \in \mathcal{F}(E, F)$ ***et*** $g \in \mathcal{F}(F, G)$ ***sont injectives, alors*** $g \circ f$ ***est injective (ou propriété similaire concernant la surjectivité, au choix du colleur).***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Calculs de sommes finies, en utilisant notamment les sommes du cours : $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique/géométrique, formule du binôme.
Démonstrations par récurrence ou par l'absurde.

Étude d'une fonction (niveau spé maths), injectivité/surjectivité/bijectivité.
Éventuellement, un peu de logique (implication/réciproque/contraposée, négation d'une assertion, ...). Voir par exemple l'exercice 11 de la feuille d'exercices n°2.
ATTENTION : pas encore de nombres complexes, quelques élèves ne les ayant jamais vus en Terminale.