Programme de colles n°12

Du 16 au 20 décembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Rappel : utilisation des nombres complexes en trigonométrie (développement de $\cos(nx)$ ou $\sin(nx)$, linéarisation des polynômes trigonométriques, technique de factorisation par l'« angle moitié », factorisation de sommes trigonométriques, au choix du colleur).
2) Trigonométrie : donner, sans démonstration, les formules d'addition pour cos, sin et tan (i.e. $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, etc...).
3) Trigonométrie : donner les formules $\cos(2x)$, $\sin(2x)$, $\tan(2x)$, $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$. Les élèves doivent ou bien connaître la formule par cœur ou bien savoir la démontrer.
4) Trigonométrie : donner, avec démonstration, la factorisation de $\cos(p)+\cos(q)$, $\cos(p)-\cos(q)$, $\sin(p)+\sin(q)$ et $\sin(p)-\sin(q)$.
5) Trigonométrie : donner, avec démonstration, $\cos(x)$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$.
6) Définition d'un majorant d'une partie $A \subset \mathbb{R}$, du maximum de A, de la borne supérieure de A (lorsqu'ils existent).
7) ***Énoncer (sans démonstration) les théorèmes de densité de $\mathbb{D}$ dans $\mathbb{R}$, de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.***
8) ***Rappel : définitions, propriétés et sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique. Factorisation de $x^n - y^n$.***
9) ***Suites arithmético-géométriques : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démonstration).***
10) ***Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas complexe.***
    Illustration sur un exemple au choix du colleur.
11) ***Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas réel.***
    Illustration sur un exemple au choix du colleur.
12) ***Montrer que la suite u définie par $u_0 \in [0;1], u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + u_n}{2}$ est décroissante.***
13) ***Définitions quantifiées de la limite finie/infinie d'une suite réelle.***
14) ***Démontrer que si u converge vers $l > 0$, alors il existe un rang à partir duquel $u_n > 0$.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Révisions : trigonométrie, utilisation des nombres complexes en trigonométrie, primitives de polynômes trigonométriques, équations trigonométriques, études de fonctions.
Obtention du maximum/minimum, de la borne supérieure/inférieure d'une partie de $\mathbb{R}$ (par exemple $\operatorname{Im} f$ pour f une fonction).
Suites (généralités, sens de variations, exercices niveau fin de terminale).
Suites récurrentes linéaires, suites arithmético-géométriques.
Démonstration par récurrence double.