

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. **En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.**

Questions de cours à préparer : sur 5 points

- 1) Donner les espaces vectoriels de référence.
 Liste des espaces vectoriels de référence ***pour l'instant!*** : pour $n \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}^*$, A un ensemble quelconque
 \mathbb{K} , \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ (espace vectoriel des suites à valeurs dans \mathbb{K}), $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A, \mathbb{K})$.
- 2) Définition d'un sous-espace vectoriel. Énoncer le théorème fondamental (12.5).
- 3) Étant donnée une famille (finie) \mathcal{U} de vecteurs d'un espace vectoriel $(E, +, \cdot)$, donner la définition de $\text{Vect}(\mathcal{U})$.
 Propriété de $\text{Vect}(\mathcal{U})$? (proposition 12.6)
- 4) Soit E un e.v. et F et G deux s.e.v. de E . Définition de la somme $F + G$.
 Démontrer qu'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de E .
- 5) Avec les mêmes hypothèses, démontrer que $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E .
- 6) Quand dit-on que la somme de deux sous-espaces vectoriels est directe?
 Caractérisation de la somme directe par l'intersection (proposition 12.11, sans démonstration).
 Définition des sous-espaces vectoriels supplémentaires.
- 7) Définition des applications linéaires. Que peut-on dire de la composée de deux applications linéaires? de la bijection réciproque d'une application linéaire bijective?
- 8) Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire. Principales propriétés (théorème 12.20).
- 9) ***Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E .***
Définition géométrique de la projection sur F parallèlement à G .
Caractérisation algébrique des projections (prop. 12.25). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop. 12.24).
- 10) ***Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E .***
Définition géométrique de la symétrie par rapport à F parallèlement à G .
Caractérisation algébrique des symétries (prop. 12.28). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop. 12.27).
- 11) ***Donner $F = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 0\}$ (ou un autre s.e.v. de \mathbb{R}^n similaire, au choix du colleur) sous forme d'un espace vectoriel engendré par une famille.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Espaces vectoriels : e.v. de référence, s.e.v., e.v. engendré par une famille, intersection de s.e.v., somme de s.e.v., somme directe/s.e.v. supplémentaires, applications linéaires.

Noyau et image d'une application linéaire, injectivité/surjectivité/bijectivité. Projections et symétries.