Programme de colles n°1

Du 15 au 19 septembre 2025

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) Énoncer les propriétés concernant la négation des opérateurs logiques (propriété 1.5 du cours) et la négation des quantificateurs (axiome 1.20 du cours).
2) On se donne une implication du type $A \Rightarrow B$.
   Donner la définition de la contraposée de cette implication, de sa réciproque.
   Définir, pour cette implication, ce qu'on entend par « condition nécessaire » et « condition suffisante ».
3) Donner la définition d'une application injective puis la traduction symbolique de cette définition. Faire de même pour les applications surjectives.
   Donner la définition d'une application bijective.
4) Donner la définition d'une composée d'applications puis énoncer la proposition (1.34) concernant la composée d'injections, de surjections ou de bijections.
5) Démontrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
6) Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
7) Soit $k : x \in \mathbb{R} \mapsto k(x) = x^3 - 2x^2 + x \in \mathbb{R}$. Soit $I = [1; +\infty[$.
   Montrer que la restriction $k_{|[1;+\infty[}$ est une bijection de I sur un intervalle J à préciser.

Programme pour les exercices : sur 12 points

Résolutions d'équations ou de systèmes d'équations, pas trop compliqués mais éventuellement paramétrés.
Études de suites ou de fonctions (niveau terminale Spé maths), démontrer qu'une fonction est bijective d'un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ sur un intervalle $J \subset \mathbb{R}$.
Démonstrations par récurrence, par l'absurde ou par contraposition (sur des notions de terminale, Spé maths).