

Du 29 septembre au 3 octobre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. **En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.**

Questions de cours à préparer : sur 8 points

- 1) Montrer que l'ensemble des nombres premiers est infini.
- 2) Donner la forme simplifiée des sommes $\sum_{k=1}^n k$ et $\sum_{k=1}^n k^2$.
Démontrer l'une des deux (au choix du colleur).
- 3) Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.
- 4) Énoncer la proposition concernant la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique.
- 5) Donner une factorisation pour $n \in \mathbb{N}$, $x, y \in \mathbb{R}$ de $x^n - y^n$.
- 6) Montrer que pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$ puis simplifier pour $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)}$.
- 7) **Simplifier** $\sum_{1 \leq i < j \leq n} |i - j|$.
- 8) **Donner la définition des coefficients binomiaux.**
Énoncer et démontrer la formule de Pascal.
- 9) **Énoncer et démontrer la formule du binôme.**
- 10) **Démontrer que** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$. **Simplifier** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$.
- 11) **Étant donné un nombre complexe z , donner $|z|, \operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z)$ à l'aide de z et \bar{z} . Donner $\frac{1}{z}$ (pour $z \in \mathbb{C}^*$) à l'aide de \bar{z} et $|z|$. Écrire sous forme algébrique un nombre complexe du type $\frac{a+ib}{c+id}$ (au choix du colleur).**

Programme pour les exercices : sur 12 points

Calculs de sommes finies, en utilisant notamment des télescopes et les sommes du cours : $\sum_{k=1}^n k$,

$\sum_{k=1}^n k^2$, somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique/géométrique (pas encore de formule du binôme).

Calcul de sommes doubles (pas trop compliquées) ou de sommes simples faisant intervenir les coefficients binomiaux.

Nombres complexes : module, partie réelle, partie imaginaire, forme algébrique.