Programme de colles n°9

Du 24 au 28 novembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) ln : définition, propriétés opératoires, limites, représentation graphique (sans démo).
2) exp : définition, propriétés opératoires, limites, représentation graphique (sans démo).
3) Fonctions puissances $x > 0 \mapsto x^\alpha$, où α est un réel donné : définition, dérivée, propriétés opératoires, limites (suivant valeur de α), représentations graphiques (suivant valeur de α).
4) Croissances comparées : énoncé des théorèmes.
5) Trigo : formules (au choix du colleur, sans démonstration) parmi $\cos^2 + \sin^2$, définition et ensemble de définition de tan, équations du type $\cos(x) = \cos(x_0)$, équations du type $\sin(x) = \sin(x_0)$, équations du type $\tan(x) = \tan(x_0)$, $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a \pm b)$, $\cos(2x)$ (les trois), $\sin(2x)$, $\tan(2x)$, dérivées (dont les deux formes pour $\tan'$).
6) Fonctions circulaires réciproques : définitions (on attend notamment les restrictions effectuées sur les fonctions trigonométriques pour qu'elles deviennent bijectives).
7) Fonctions circulaires réciproques : $\cos \circ \text{Arccos}$, $\text{Arccos} \circ \cos$, $\sin \circ \text{Arcsin}$, $\text{Arcsin} \circ \sin$, $\tan \circ \text{Arctan}$, $\text{Arctan} \circ \tan$, $\sin \circ \text{Arccos}$ et $\cos \circ \text{Arcsin}$ avec intervalle de validité (mais sans démonstration).
8) Fonctions circulaires réciproques : démontrer (au choix du colleur)
   que $\forall x \in [-1;1], \cos(\text{Arcsin}(x)) = \sqrt{1-x^2}$
   ou que $\forall x \in [-1;1], \sin(\text{Arccos}(x)) = \sqrt{1-x^2}$.
9) Fonctions circulaires réciproques : donner les dérivées de Arccos, Arcsin et Arctan (sans démonstration).
10) Fonctions circulaires réciproques : valeurs remarquables et représentations graphiques.
11) ***Fonctions hyperboliques : définition, propriétés (*** $\text{ch} + \text{sh}$***,*** $\text{ch} - \text{sh}$***,*** $\text{ch}^2 - \text{sh}^2$***), limites, dérivées, représentations graphiques.***
12) ***Montrer que*** $\forall x \in \mathbb{R}^*, \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$ ***en précisant le signe suivant la valeur de*** x***.***
13) ***Montrer que*** $\forall x \in]-1;+\infty[, \ln(1+x) \leqslant x$***.***
    En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geqslant 1+x$***.***
14) ***Rappel : énoncer le théorème fondamental du calcul intégral et son corollaire (4.33 et 4.34).***
15) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème d'intégration par partie dans une intégrale.***
    Donner (avec démonstration) l'ensemble des primitives de $\ln$ ***sur*** $\mathbb{R}_+^*$***.***

16) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème de changement de variable dans une intégrale.***

Calculer (avec démonstration) $L = 2\displaystyle\int_{-1}^{1}\sqrt{1-u^2}\mathrm{d}u$ ***et en donner une interprétation géométrique.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Analyse : fonctions de référence, notamment $u^v = \exp\big(v\ln(u)\big)$, ln, exp et fonctions trigonométriques et réciproques et ***fonctions hyperboliques***.

Calcul d'intégrales, de primitives (pour les changements de variable, ils doivent être donnés aux élèves).