Programme de colles n°10

Du 1er au 5 décembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer

1) Fonctions hyperboliques : définition, propriétés ($\mathrm{ch}+\mathrm{sh}$, $\mathrm{ch}-\mathrm{sh}$, $\mathrm{ch}^2-\mathrm{sh}^2$), limites, dérivées, représentations graphiques.
2) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^*, \mathrm{Arctan}(x) + \mathrm{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \pm\dfrac{\pi}{2}$ en précisant le signe suivant la valeur de x.
3) Montrer que $\forall x \in]-1;+\infty[, \ln(1+x) \leqslant x$.
En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geqslant 1+x$.
4) Rappel : énoncer le théorème fondamental du calcul intégral et son corollaire (4.33 et 4.34).
5) Énoncer (sans démonstration) le théorème d'intégration par partie dans une intégrale.
Donner (avec démonstration) l'ensemble des primitives de ln sur $\mathbb{R}_+^*$.
6) Énoncer (sans démonstration) le théorème de changement de variable dans une intégrale.
Calculer (avec démonstration) $L = 2\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1-u^2}\mathrm{d}u$ et en donner une interprétation géométrique.
7) ***Calculer (avec démonstration)*** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\mathrm{d}t}{\cos(t)}$.
8) ***Donner quelques primitives usuelles (au choix du colleur).***
9) ***Rappel : pour*** n, p, q ***entiers naturels (au choix du colleur),*** x ***réel, à l'aide des nombres complexes, linéariser*** $\cos^p(x)\sin^q(x)$ ***ou développer*** $\cos(nx)$ ***ou*** $\sin(nx)$ ***(et ne pas confondre les deux méthodes...).***
10) ***Calculer (au choix du colleur) une primitive d'une fonction de la forme*** $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$ ***ou*** $x \mapsto e^{ax}\cos(bx)$ ***ou*** $x \mapsto \cos^a(x)\sin^b(x)$.
11) ***Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre (au choix du colleur).***
12) ***Énoncer (sans démonstration, mais précisément) le théorème donnant l'ensemble des solutions à <u>valeurs complexes</u> de*** $y''+ay'+by=0$ ***où*** $a, b \in \mathbb{C}$.
13) ***Énoncer (sans démonstration, mais précisément) le théorème donnant l'ensemble des solutions à <u>valeurs réelles</u> de*** $y''+ay'+by=0$ ***où*** $a, b \in \mathbb{R}$.

Programme pour les exercices

Calcul d'intégrales, de primitives (pour les changements de variable, ils doivent être donnés aux élèves).

Équations différentielles linéaires du premier ordre.

Pas encore d'équations différentielles du second ordre pour les exercices cette semaine.