Programme de colles n°13

Du 12 au 16 janvier

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Définition d'un majorant d'une partie $A \subset \mathbb{R}$, du maximum de A, de la borne supérieure de A (lorsqu'ils existent).
2) Énoncer (sans démonstration) les théorèmes de densité de $\mathbb{D}$ dans $\mathbb{R}$, de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.
3) Rappel : définitions, propriétés et sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique. Factorisation de $x^n - y^n$.
4) Suites arithmético-géométriques : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démonstration).
5) Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas complexe.
   Illustration sur un exemple au choix du colleur.
6) Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas réel.
   Illustration sur un exemple au choix du colleur.
7) Montrer que la suite u définie par $u_0 \in [0;1], u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + u_n}{2}$ est décroissante.
8) Définitions quantifiées de la limite finie/infinie d'une suite réelle.
9) Énoncer (sans démonstration) les trois théorèmes des gendarmes.
   En déduire que si $a > 1$, alors $a^n \underset{+\infty}{\to} +\infty$ et donner (sans démonstration) les autres limites possibles d'une suite géométrique.
10) Énoncer (sans démonstration) les trois théorèmes de convergence/divergence monotone.
11) Définition des suites adjacentes. Énoncer (sans démonstration) le théorème les concernant.
12) ***Définitions : des matrices commutantes, de la diagonale d'une matrice, de la matrice identité, des matrices triangulaires, des matrices symétriques et des matrices antisymétriques.***
13) ***Identités remarquables pour les matrices commutantes : énoncé.***
14) ***La matrice*** $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ***(ou toute autre matrice*** 3×3 ***au choix du colleur) est-elle inversible ? Si oui, calculer son inverse.***
15) ***Soit*** $n \in \mathbb{N}^*$ ***et*** A, B, C ***trois matrices de*** $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$***.***
    On suppose de plus que $BA = I_n$ ***et*** $AC = I_n$***.***
    Montrer que $B = C$***.***

16) ***Définition de l'inverse d'une matrice. Définition du groupe linéaire matriciel. Énoncer les propriétés de l'inversion de matrice.***

17) ***Définition de la transposée d'une matrice et propriétés de la transposition. Caractérisation des matrices symétriques et antisymétriques par leur transposée.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Suites (généralités, sens de variations). Suites récurrentes linéaires, suites arithmético-géométriques. Démonstration par récurrence double.

Suites : utilisation des théorèmes des gendarmes, de convergence/divergence monotone, des suites adjacentes.

Opérations matricielles, inversion de matrices.