

Du 19 au 23 janvier

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.***

Questions de cours à préparer : sur 5 points

- 1) Définitions : des matrices commutantes, de la diagonale d'une matrice, de la matrice identité, des matrices triangulaires, des matrices symétriques et des matrices antisymétriques.
- 2) Identités remarquables pour les matrices commutantes : énoncé.
- 3) La matrice $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ (ou toute autre matrice 3×3 au choix du colleur) est-elle inversible ?
Si oui, calculer son inverse.
- 4) Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et A, B, C trois matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
On suppose de plus que $BA = I_n$ et $AC = I_n$.
Montrer que $B = C$.
- 5) Définition de l'inverse d'une matrice. Définition du groupe linéaire matriciel.
Énoncer les propriétés de l'inversion de matrice.
- 6) Définition de la transposée d'une matrice et propriétés de la transposition. Caractérisation des matrices symétriques et antisymétriques par leur transposée.
- 7) **Définition de $u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n$, de $u_n = \underset{+\infty}{o}(v_n)$, de $u_n = \underset{+\infty}{\mathcal{O}}(v_n)$.** Traduction des croissances comparées à l'aide des « petit o ».
Énoncer la propriété $u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n \Leftrightarrow u_n = v_n + \underset{+\infty}{o}(v_n)$.
- 8) **Donner les quatre premiers termes non nuls de quelques DL (en 0) parmi** $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, $x \mapsto \frac{1}{1+x}$, $x \mapsto \ln(1+x)$, Arctan, exp, ch, cos, sh, sin, **Taylor-Young**.
- 9) **Donner (sans démonstration) le DL₃(0) de $x \mapsto (1+x)^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.**
Préciser les 4 coefficients de ce développement limité pour une valeur donnée de α (au choix du colleur).
- 10) **Calculer le DL₅(0) de $\tan(x)$ soit par quotient de DL, soit par primitivation de $\tan' = 1 + \tan^2$.**

Programme pour les exercices : sur 15 points

Suites : utilisation des théorèmes des gendarmes, de convergence/divergence monotone, des suites adjacentes.

Opérations matricielles, inversion de matrices.

Calcul matriciel : puissance d'une matrice, transposition (lien avec les matrices symétriques et anti-symétriques).

Développement limité : calculs simples, utilisation pour l'obtention de limites ou d'équivalents - privilégier le voisinage de 0, mais on pourra aussi s'intéresser au voisinage de $x_0 \in \mathbb{R}$.