Programme de colles n°16

# Du 2 au 6 février

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

## Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Donner le $\mathrm{DL}_n(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x)$ et démontrer la formule.
2) Donner le $\mathrm{DL}_{2n+1}(0)$ de $x \mapsto \mathrm{Arctan}(x)$ et démontrer la formule.
3) Énoncer sans démonstration la formule de Taylor-Young en 0 à l'ordre $n$.
4) Donner (sans démonstration) quelques DL(0) de référence (au choix du colleur, à l'ordre $n$, $2n$ ou $2n+1$ suivant les cas).
5) Effectuer un développement asymptotique de $f : x \mapsto \dfrac{x^3}{1+x^2}$ au voisinage de $\pm\infty$ et en déduire une équation de l'asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$ ainsi que la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à son asymptote.
6) Calculer le $\mathrm{DL}_5(0)$ de Arccos.
7) ***Donner les espaces vectoriels de référence.***
   Liste des espaces vectoriels de référence ***pour l'instant !*** : pour $n \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}^*$, $A$ un ensemble quelconque
   $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ (espace vectoriel des suites à valeurs dans $\mathbb{K}$), $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A, \mathbb{K})$.
8) ***Définition (12.4) d'un sous-espace vectoriel. Énoncer le théorème fondamental (12.5).***
9) ***Étant donnée une famille (finie) $\mathcal{U}$ de vecteurs d'un espace vectoriel $(E, +, .)$, donner la définition de $\mathrm{Vect}(\mathcal{U})$.***
   ***Propriété de $\mathrm{Vect}(\mathcal{U})$ ? (proposition 12.6)***
10) ***Soit $E$ un e.v. et $F$ et $G$ deux s.e.v. de $E$. Définition de la somme $F+G$. Démontrer qu'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de $E$.***
11) ***Avec les mêmes hypothèses, démontrer que $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de $E$.***
12) ***Quand dit-on que la somme de deux sous-espaces vectoriels est directe ?***
    ***Caractérisation de la somme directe par l'intersection (proposition 12.11, sans démonstration).***
    ***Définition des sous-espaces vectoriels supplémentaires.***
13) ***Définition des applications linéaires. Que peut-on dire de la composée de deux applications linéaires ? de la bijection réciproque d'une application linéaire bijective ?***
14) ***Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire.***

## Programme pour les exercices : sur 15 points

Utilisations des DL : tangente et position par rapport à la tangente, recollements dérivables de solutions d'EDL d'ordre 1. Développements asymptotiques au voisinage de $+\infty$, asymptote à une représentation graphique et position par rapport à l'asymptote.

***Espaces vectoriels : e.v. de référence, s.e.v., e.v. engendré par une famille, intersection de s.e.v., somme de s.e.v., somme directe/s.e.v. supplémentaires, applications linéaires.***

***On pourra éventuellement travailler avec l'espace vectoriel des polynômes, mais le chapitre sur les polynômes n'a pas encore été traité.***

***Attention ! La notion de dimension n'a pas encore été vue, et les projections et symétries non plus.***