Programme de colles n°17

Du 23 au 27 février

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Définition (12.4) d'un sous-espace vectoriel. Énoncer le théorème fondamental (12.5).
2) Étant donnée une famille (finie) $\mathcal{U}$ de vecteurs d'un espace vectoriel $(E,+,.)$, donner la définition de $\text{Vect}(\mathcal{U})$.
   Propriété de $\text{Vect}(\mathcal{U})$? (proposition 12.6)
3) Soit E un e.v. et F et G deux s.e.v. de E. Définition de la somme $F+G$.
   Démontrer qu'il s'agit d'un sous-espace vectoriel de E.
4) Avec les mêmes hypothèses, démontrer que $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E.
5) Quand dit-on que la somme de deux sous-espaces vectoriels est <u>directe</u> ?
   Caractérisation de la somme directe par l'intersection (proposition 12.11, sans démonstration).
   Définition des sous-espaces vectoriels supplémentaires.
6) Définition des applications linéaires. Que peut-on dire de la composée de deux applications linéaires ? de la bijection réciproque d'une application linéaire bijective ?
7) Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire.
8) ***Principales propriétés du noyau et de l'image d'une application linéaire (théorème 12.20).***
9) ***Donner les espaces vectoriels de référence.***
   Liste des espaces vectoriels de référence ***pour l'instant !*** : pour $n \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}^*$, A un ensemble quelconque, E, F deux espaces vectoriels
   $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ (espace vectoriel des suites à valeurs dans $\mathbb{K}$), $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A,\mathbb{K})$, $\mathcal{L}(E,F)$
10) ***Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E.***
    Définition géométrique de la projection sur F parallèlement à G.
    Caractérisation algébrique des projections (prop. 12.25). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop. 12.24).
11) ***Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E.***
    Définition géométrique de la symétrie par rapport à F parallèlement à G.
    Caractérisation algébrique des symétries (prop. 12.28). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop.12.27).

12) ***Donner*** $F = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3, x+y+z=0\}$ ***(ou un autre s.e.v. de*** $\mathbb{R}^n$ ***similaire, au choix du colleur) sous forme d'un espace vectoriel engendré par une famille.***

13) ***Révisions : fonctions de référence et leurs propriétés (notamment trigonométrie), dérivées des fonctions de référence et formules de dérivations, primitives de référence, développements limités de référence.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Espaces vectoriels : e.v. de référence, s.e.v., e.v. engendré par une famille, intersection de s.e.v., somme de s.e.v., somme directe/s.e.v. supplémentaires, applications linéaires. On pourra éventuellement travailler avec l'espace vectoriel des polynômes, mais le chapitre sur les polynômes n'a pas encore été traité.

Attention ! La notion de dimension n'a pas encore été vue.

Noyau et image d'une application linéaire et leurs propriétés. Projections et symétries d'un espace vectoriel.

Éventuellement, un exercice d'analyse portant sur tout ce que nous avons vu depuis le début d'année.