

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.***

Questions de cours à préparer : sur 5 points

- 1) Principales propriétés du noyau et de l'image d'une application linéaire (théorème 12.20).
- 2) Donner les espaces vectoriels de référence.
Pour l'instant, pour $n, p \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}^*$, A un ensemble quelconque, E, F deux e.v.
 $\mathbb{K}, \mathbb{K}^n, \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ (espace vectoriel des suites à valeurs dans $\mathbb{K}$), $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathcal{F}(A, \mathbb{K})$, $\mathcal{L}(E, F)$
- 3) Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E .
Définition géométrique de la projection sur F parallèlement à G .
Caractérisation algébrique des projections (prop. 12.25). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop. 12.24).
- 4) Soit E un espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de E .
Définition géométrique de la symétrie par rapport à F parallèlement à G .
Caractérisation algébrique des symétries (prop. 12.28). Expression de F et G comme noyaux d'applications linéaires (voir prop. 12.27).
- 5) Donner $F = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 0\}$ (ou un autre s.e.v. de $\mathbb{R}^n$ similaire, au choix du colleur) sous forme d'un espace vectoriel engendré par une famille.
- 6) Révisions : fonctions de référence et leurs propriétés (notamment trigonométrie), dérivées des fonctions de référence et formules de dérivations, primitives de référence, développements limités de référence.
- 7) ***Montrer que $x \in]-\pi; 0[\cup]0; \pi[\mapsto \frac{\cos(x) - 1}{\sin(x)}$ est prolongeable par continuité en 0.***
- 8) ***Énoncer le théorème de la limite monotone (13.23).***
- 9) ***Image d'une suite convergeant vers a par une application continue en a : énoncer le théorème (13.29). Énoncer le théorème de Bolzano (13.33).***
- 10) ***Énoncer les deux théorèmes concernant l'image par une fonction continue d'un intervalle (13.35), d'un segment (13.36).***
- 11) ***Énoncer le théorème de la bijection continue.***
- 12) ***Soit f une fonction continue de $[0; 1]$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f(0) = f(1)$. Montrer qu'il existe $c \in [0; 1]$ tel que $f(c + \frac{1}{2}) = f(c)$.***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Noyau et image d'une application linéaire et leurs propriétés. Projections et symétries d'un espace vectoriel. Éventuellement, un exercice d'analyse portant sur tout ce que nous avons vu depuis le

début d'année.

Continuité : prolongement par continuité, limites, asymptotes, théorème de la limite monotone, théorèmes des valeurs intermédiaires, image continue d'un segment, théorème de la bijection continue.