

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. *En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.*

Questions de cours à préparer

- 1) Révisions : suites récurrentes linéaires d'ordre 2 et suites arithmético-géométriques.
- 2) Dimension d'un sous-espace vectoriel : propriété et cas d'égalité (proposition 15.35).
- 3) Définition du rang d'une famille de vecteurs.
Calculer le rang d'une famille (au choix du colleur, par exemple dans \mathbb{R}^4 ou $\mathbb{R}_3[X]$).
- 4) Énoncé (précis) de la formule de Grassmann.
- 5) Énoncer le théorème (15.39) de définition d'une application linéaire à l'aide des images d'une base de l'espace de départ.
Donner l'expression de $\phi(x; y)$ pour $\phi \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ définie par

$$\phi(1; 0) = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \text{et} \quad \phi(0; 1) = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

(ou autres images choisies par le colleur)

- 6) Énoncer (sans démonstration) le théorème (15.46) caractérisant les isomorphismes par l'image d'une base et son corollaire (15.47).
- 7) Énoncer (sans démonstration) la formule du rang. Énoncer (sans démonstration) le corollaire donnant la dimension d'un hyperplan H d'un e.v. E de dimension finie.
- 8) Énoncer (sans démonstration) le théorème (15.53) de caractérisation des isomorphismes en dimension finie.
- 9) ***Soit $n \in \mathbb{N}$ et E_n l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à n dont les coefficients sont égaux à 0 ou à 1.***
Calculer $\text{Card}(E_n)$.
- 10) ***Combien un n -gone convexe non croisé a-t-il de diagonales ? Le démontrer.***
- 11) ***Donner $\mathcal{P}(\{a; b; c\})$.***
Soit E un ensemble à n éléments. Que vaut $\text{Card}(\mathcal{P}(E))$? Le démontrer.
- 12) ***Nombre d'injections d'un ensemble E à p éléments dans un ensemble F à n éléments ? Le démontrer.***
Nombre de permutations d'un ensemble E à n éléments ? (sans démonstration)
- 13) ***Définition des coefficients binomiaux et interprétation combinatoire.***
Combien y a-t-il de mots de 9 lettres composés de 3 lettres A , 3 lettres B et 3 lettres C ? (ou autre exercice du même style au choix du colleur)

Dimension d'un sous-espace vectoriel, formule de Grassmann.

Applications linéaires en dimension finie : image d'une base par un isomorphisme, formule du rang, hyperplans, caractérisation des isomorphismes en dimension finie.

Dénombrement.