Programme de colles n°25

Du 4 au 7 mai

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 5 points

1) Rappels : fonctions de référence, dérivées des fonctions de référence, primitives de référence, DL de référence.
2) Donner la définition du taux d'accroissement entre les points d'abscisses $a \in I$ et $x \in I$ d'une fonction $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$. Donner la définition du nombre dérivé au point a et l'équation de la tangente en a à $\mathcal{C}_f$.
3) Énoncer précisément (sans démonstration) le théorème (17.20) de la bijection dérivable.
4) Énoncer (sans démonstration) la formule de Leibniz pour les fonctions de classe $\mathcal{C}^n$.
5) Énoncer et démontrer le théorème de Rolle.
6) Énoncer (sans démonstration) le théorème des accroissements finis et l'inégalité des accroissements finis.
7) Énoncer précisément le théorème de limite de la dérivée.
8) ***Énoncer la définition des fonctions convexes sur un intervalle et la caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables (sans démonstration).***
9) ***Montrer que*** $x \in \mathbb{R} \mapsto \ln(1+e^x)$ ***est convexe.***
En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}_+, \forall y \in \mathbb{R}_+, 1+\sqrt{xy} \leqslant \sqrt{(1+x)(1+y)}$.
10) ***Soit*** $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ ***et*** u ***la suite définie par*** $u_0 \in \mathbb{R}$ ***et*** $u_{n+1} = f(u_n)$.
Montrer que si u ***converge vers*** $l \in \mathbb{R}$ ***alors*** $f(l) = l$.
11) ***Soit*** f ***une fonction définie et croissante sur*** $\mathbb{R}$ ***et*** u ***la suite définie par*** $u_0 \in \mathbb{R}$ ***et*** $u_{n+1} = f(u_n)$***. Montrer que si*** $u_1 \leqslant u_0$***, alors*** u ***est décroissante.***
Que peut-on dire de u ***dans le cas général ?***
12) ***Révisions : théorème d'obtention d'une formule explicite pour les suites récurrentes linéaires d'ordre 2 ou arithmético-géométriques (au choix du colleur).***

Programme pour les exercices : sur 15 points

Dérivation, développements limités, théorème de la bijection dérivable, Leibniz... Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, théorème de limite de la dérivée.
Convexité et utilisation pour la démonstration d'inégalités. Suites récurrentes : étude, possible utilisation de l'inégalité des accroissements finis pour l'étude de la vitesse de convergence.