

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. *En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.*

Questions de cours à préparer

- 1) Énoncer la définition des fonctions convexes sur un intervalle et la caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables (sans démonstration).
- 2) Montrer que $x \in \mathbb{R} \mapsto \ln(1 + e^x)$ est convexe.
En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}_+, \forall y \in \mathbb{R}_+, 1 + \sqrt{xy} \leq \sqrt{(1+x)(1+y)}$.
- 3) Soit $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ et u la suite définie par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.
Montrer que si u converge vers $l \in \mathbb{R}$ alors $f(l) = l$.
- 4) Soit f une fonction définie et croissante sur \mathbb{R} et u la suite définie par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. Montrer que si $u_1 \leq u_0$, alors u est décroissante.
Que peut-on dire de u dans le cas général ?
- 5) Révisions : théorème d'obtention d'une formule explicite pour les suites récurrentes linéaires d'ordre 2 ou arithmético-géométriques (au choix du colleur).
- 6) **Révisions : espaces vectoriels de référence.**
On attend $\mathbb{K}, \mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X], \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}), \mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ cas particulier de $\mathcal{F}(A, \mathbb{K}), \mathcal{L}(E, F)$.
- 7) **Révisions : définition de l'inverse d'une matrice, définition du groupe linéaire matriciel, énoncer les propriétés de l'inversion de matrice. Calculer l'inverse d'une matrice 3×3 au choix du colleur.**
- 8) **Révisions : définition de la transposée d'une matrice et propriétés de la transposition. Caractérisation des matrices symétriques et antisymétriques par leur transposée.**
- 9) **Révisions : définition des applications linéaires. Que peut-on dire de la composée de deux applications linéaires ? de la bijection réciproque d'une application linéaire bijective ? Définition et propriétés du noyau et de l'image d'une application linéaire.**
- 10) **Révisions : définition géométrique de la projection sur F parallèlement à G , caractérisation algébrique, expression des sous-espaces caractéristiques. Même chose pour les symétries.**
- 11) **Révisions : formule de Grassmann et formule du rang. Caractérisation des isomorphismes en dimension finie.**

Programme pour les exercices

Convexité et utilisation pour la démonstration d'inégalités. Suites récurrentes : étude, possible

utilisation de l'inégalité des accroissements finis pour l'étude de la vitesse de convergence.

Révisions sur le calcul matriciel et les espaces vectoriels de dimension finie ou non.