

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.***

Questions de cours à préparer : sur 8 points

- 1) Étant donné un nombre complexe z , donner $|z|, \operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z)$ à l'aide de z et $\bar{z}$. Donner $\frac{1}{z}$ (pour $z \in \mathbb{C}^*$) à l'aide de $\bar{z}$ et $|z|$. Écrire sous forme algébrique un nombre complexe du type $\frac{a+ib}{c+id}$ (au choix du colleur).
- 2) Énoncer les deux inégalités triangulaires.
- 3) Énoncer les principales propriétés de $\theta \in \mathbb{R} \mapsto e^{i\theta} \in \mathbb{U}$ (propriété 3.17 du cours).
- 4) Mettre sous forme trigonométrique un (ou plusieurs) nombre(s) complexe(s) (au choix du colleur).
- 5) Énoncer les formules de Moivre et d'Euler.
- 6) Développer $\cos(5x)$ ou $\sin(5x)$ (au choix du colleur).
- 7) Linéariser un polynôme trigonométrique (au choix du colleur).
- 8) ***Factoriser (au choix du colleur)*** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(kx)$ ou $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$.
- 9) ***Énoncer les propriétés concernant la négation des opérateurs logiques (propriété 4.5 du cours) et la négation des quantificateurs (axiome 4.20 du cours).***
- 10) ***On se donne une implication du type $A \Rightarrow B$. Donner la définition de la contraposée de cette implication, de sa réciproque. Définir, pour cette implication, ce qu'on entend par « condition nécessaire » et « condition suffisante ».***
- 11) ***Donner la définition d'une application injective puis la traduction symbolique de cette définition. Faire de même pour les applications surjectives. Donner la définition d'une application bijective.***
- 12) ***Donner la définition d'une composée d'applications puis énoncer la proposition (4.34) concernant la composée d'injections, de surjections ou de bijections.***
- 13) ***Démontrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.***
- 14) ***Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.***
- 15) ***Soit $k : x \in \mathbb{R} \mapsto k(x) = x^3 - 2x^2 + x \in \mathbb{R}$. Soit $I = [1; +\infty[$. Montrer que la restriction $k|_{[1; +\infty[}$ est une bijection de I sur un intervalle J à préciser.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Nombres complexes : module, partie réelle, partie imaginaire, forme algébrique, forme exponentielle, utilisations en trigonométrie.

Logique élémentaire, notamment démonstrations par l'absurde ou par contraposition. Résolutions d'équations ou de systèmes d'équations, pas trop compliqués mais éventuellement paramétrés.

Démontrer qu'une fonction continue est bijective d'un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ sur un intervalle $J \subset \mathbb{R}$.