

TD 06 (Chap. 05) – Lentilles

I Questions de cours

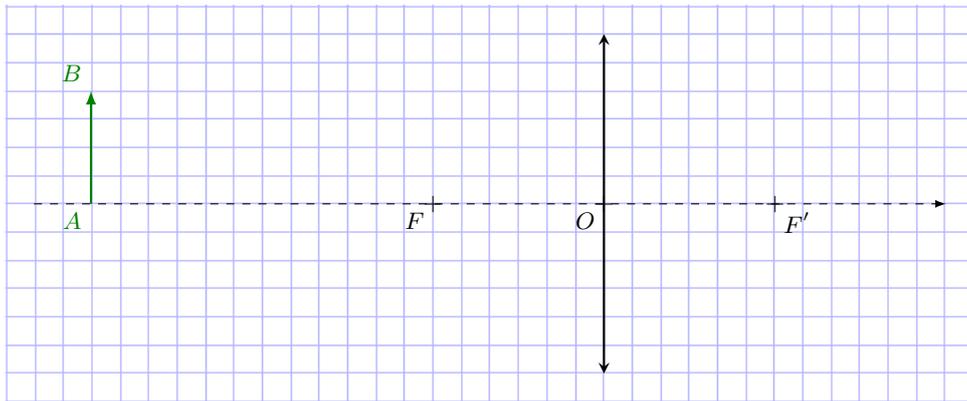
1. Définir un système optique, le stigmatisme rigoureux et approché (Approximation de Gauss et conséquences).
2. Exemples d'aberrations et comment les éviter.
3. Lentilles minces : définition, exemples, et caractéristiques (centre optique, foyers, plan focaux, vergence).
4. Savoir construire une image à travers un système optique.
5. Énoncer les relations de conjugaison, formule de Newton et définition du grandissement.
6. Modéliser l'oeil par un système optique simple.
7. Présenter la lunette astronomique.

II Entraînement à la construction d'images

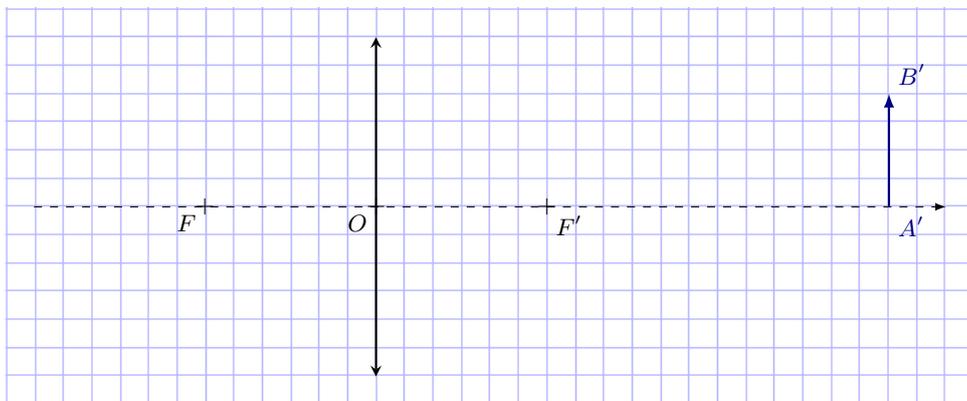
Objet réel en amont du foyer objet principal d'une lentille convergente

Consignes :

- **J'oriente l'objet** : l'objet sera figuré par une **flèche**, afin de comparer son sens avec l'image.
- Je trace les rayons **en couleur** (rouge de préférence) et **à la règle**.
- Je **flèche les rayons** pour indiquer le **sens de propagation** de la lumière.

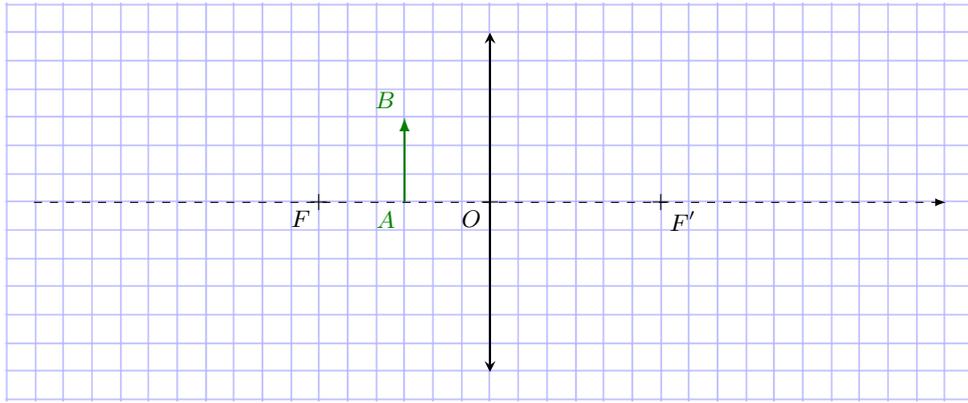


Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$-\infty < \overline{OA} < 2f$			



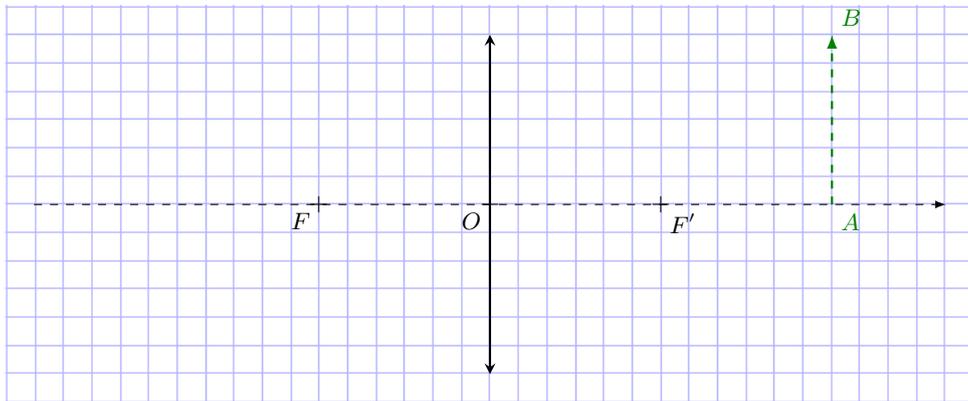
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
		Réelle	$2f' < \overline{OA'} < +\infty$	

Objet réel en aval du foyer objet d'une lentille convergente



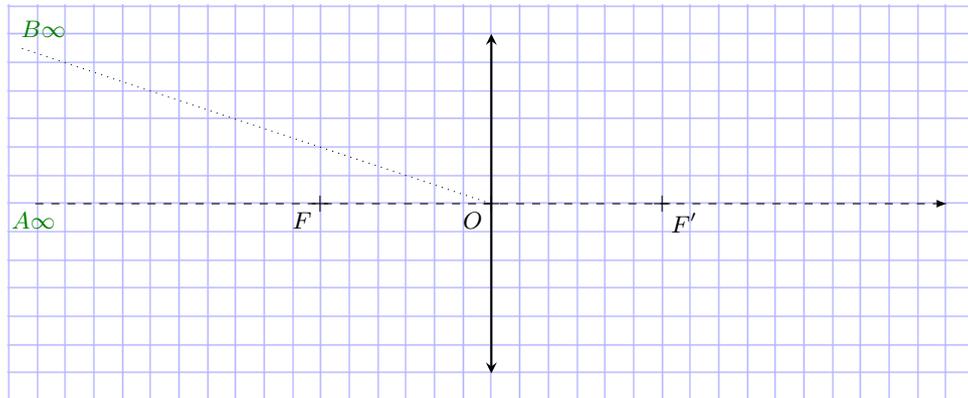
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$f < \overline{OA} < 0$			

Objet virtuel en aval d'une lentille convergente



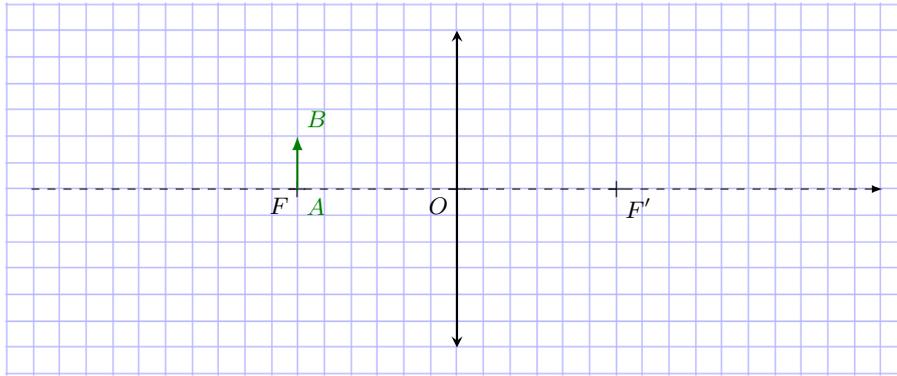
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Virtuel	$0 < \overline{OA} < +\infty$			

Objet à l'infini



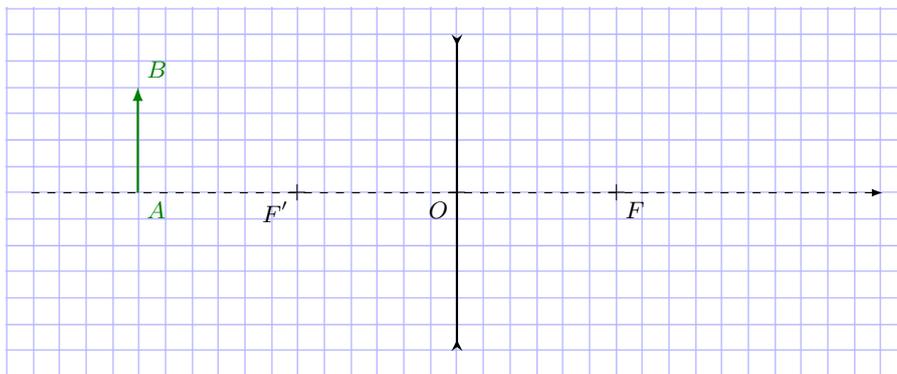
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$-\infty$			

Objet réel au foyer principal objet d'une lentille convergente



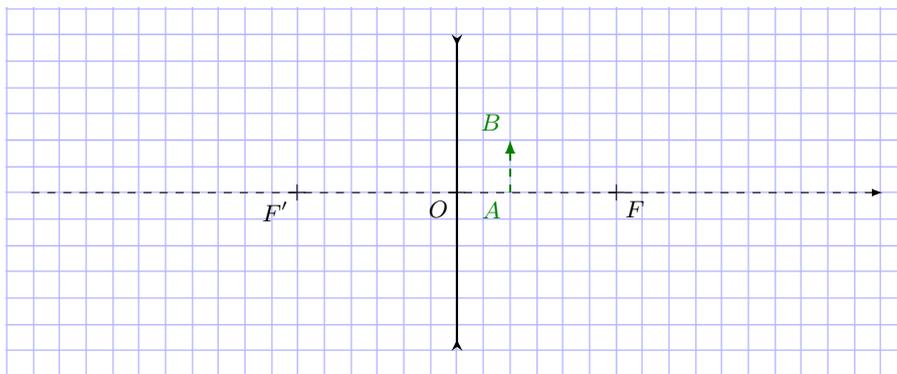
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$\overline{OA} = f$			

Objet réel en amont d'une lentille divergente



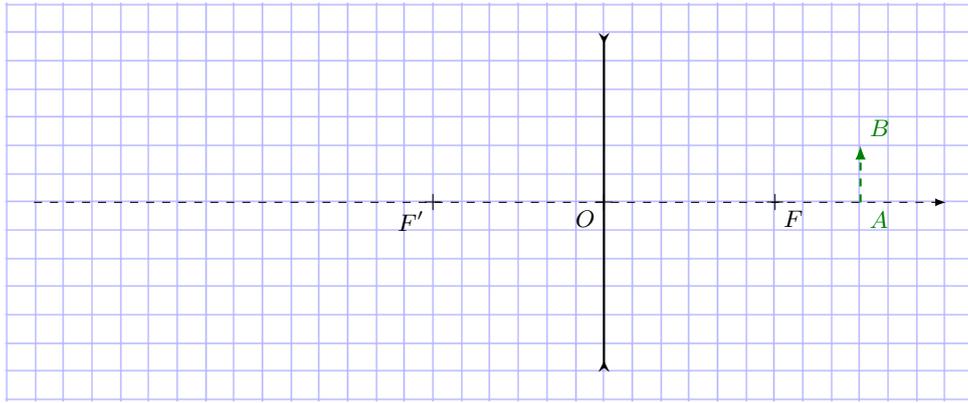
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$-\infty < \overline{OA} < 0$			

Objet virtuel entre une lentille divergente et son foyer principal objet

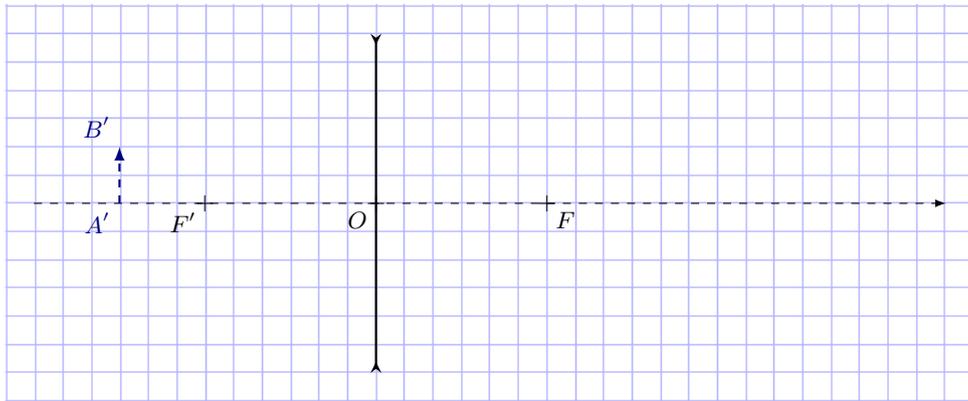


Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Virtuel	$0 < \overline{OA} < f$			

Objet virtuel en aval foyer principal objet

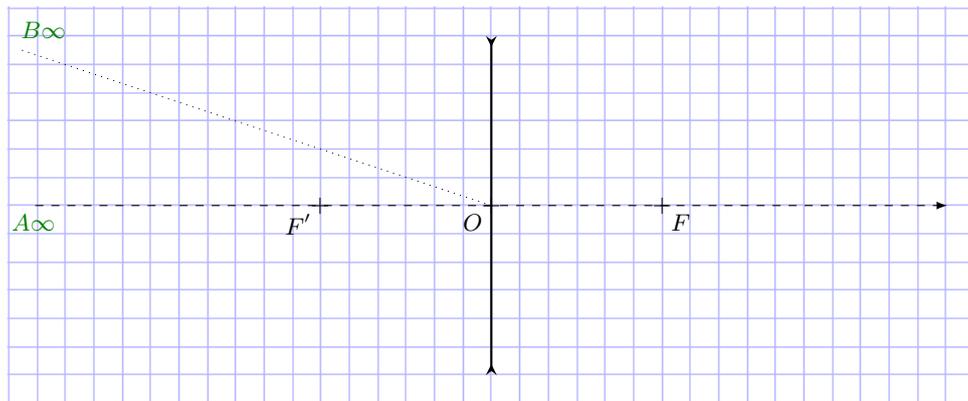


Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Virtuel	$f < \overline{OA} < 2f$			



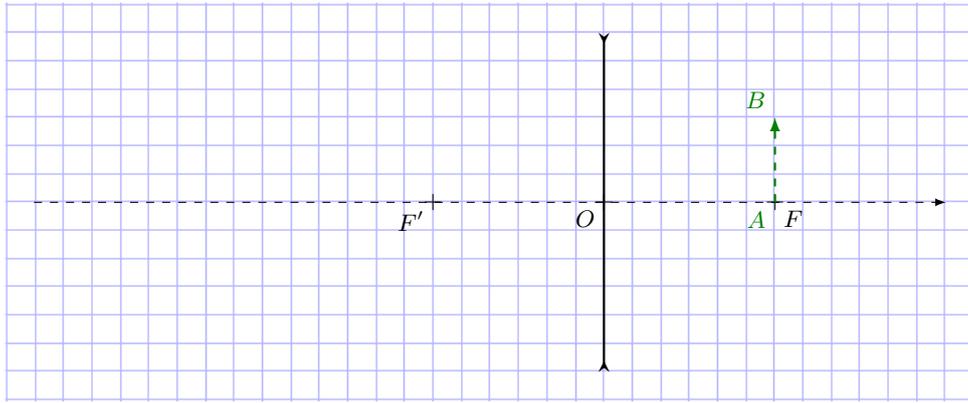
Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
		Virtuelle	$2f' < \overline{OA'} < f'$	

Objet à l'infini



Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Réel	$-\infty$			

Objet virtuel au foyer principal objet d'une lentille divergente



Objet		Image		
Nature	Position	Nature	Position	Sens/grandissement transversal
Virtuel	$\overline{OA} = f$			

⚡ Résumé

Une bonne construction, c'est

- un axe optique orienté ;
- des lentilles avec indiqués leurs noms, leurs natures, leurs centres, leurs foyers ;
- des rayons tracés à la règle et en couleur ;
- des flèches sur les rayons pour indiquer leur sens de propagation ;
- des objets et des images orientés (désignés par une flèche) et en couleur également ;
- tout ce qui est réel en traits pleins, tout ce qui est virtuel en pointillés.

III Applications directes du cours

App1 Objet virtuel et lentille convergente

Un objet AB est situé derrière une lentille convergente L .

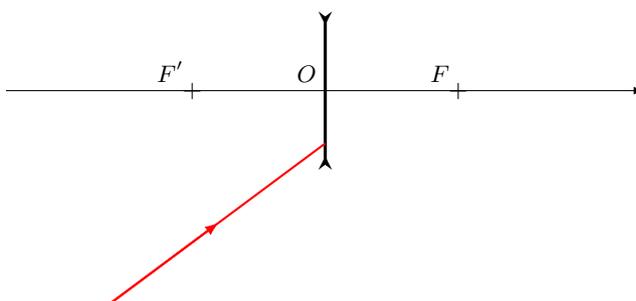
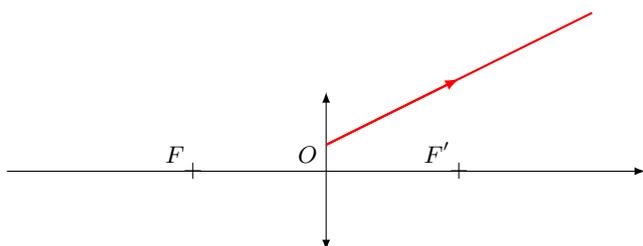
1. L'objet est-il réel ou virtuel ? Comment peut-on le former ?
2. À l'aide de 3 rayons, réaliser la construction de l'image $A'B'$ que L donne à partir de AB . Préciser les principes utilisés.
3. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
4. Est-elle droite ou renversée ?

App2 Conditions de Gauss

1. Énoncer les conditions de Gauss.
2. Quelles sont leurs conséquences pour les lentilles minces ?
3. Quels compromis doit faire un opticien avec ces conditions ?

App3 Constructions

Compléter les constructions suivantes :



App4 Retour sur le montage $4f'$

1. Retrouver à l'aide de la relation de Newton la position de l'image associée à un objet situé devant une lentille convergente, au double de la distance focale.
2. Si l'on rapproche légèrement l'objet de la lentille depuis la position précédente, comment l'image se déplace-t-elle ?
3. Même question si on éloigne l'objet.

App5 Construction d'images résultant de l'association de deux lentilles

On associe deux lentilles en les plaçant à distance $d = 30$ cm sur le même axe de façon à former l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à 30 cm devant la première lentille.

Effectuer, à l'échelle 1/5, la construction géométrique de l'image intermédiaire A_1B_1 , puis celle de $A'B'$ pour les cas numériques suivants

$$\text{a. } f'_1 = 20 \text{ cm et } f'_2 = 10 \text{ cm ; b. } f'_1 = 30 \text{ cm et } f'_2 = 15 \text{ cm ; c. } f'_1 = 20 \text{ cm et } f'_2 = -60 \text{ cm.}$$

Vérifier numériquement la qualité de votre construction graphique en calculant les positions de A_1 et A' ainsi que le grandissement transverse.

App6 Image du soleil par une lentille

Le soleil a un diamètre angulaire de $30'$. Déterminer le diamètre de son image donnée par une lentille mince de distance focale $f' = +200$ mm.

App7 Rétroprojecteur

Un rétroprojecteur est constitué d'une lentille de projection convergente L de focale 48 cm et d'un miroir plan incliné à 45° et placé à 10 cm de L . Sachant que l'écran est à 2.3 m de l'axe de la lentille, comment faut-il placer la feuille transparente à projeter ? En déduire le grandissement.

IV Exercices

Ex1 Microscope

Un microscope est constitué par l'association de deux lentilles jouant respectivement le rôle d'objectif (L_1) et d'oculaire (L_2). Elles sont toutes deux convergentes de distance focale f'_1 et f'_2 . On note $\Delta = \overline{F'_1F'_2}$.

1. Déterminer la position d'un objet AB pour qu'un œil normal puisse l'observer à travers le microscope sans accommoder. On cherchera $\overline{F_1A}$ en fonction de Δ et f'_1 . Faire une construction géométrique.

2. Exprimer G_c le grossissement commercial du microscope, défini comme le rapport de l'angle sous lequel l'observateur voit l'image par le microscope sans accommoder sur l'angle de vision directe à l'œil nu.

Ex2 **Rétroprojecteur**

On se propose d'étudier le dispositif optique simplifié d'un rétroprojecteur. Ce dispositif comprend une source qui éclaire le transparent placé sur une vitre et un système optique comprenant d'abord une lentille convergente de distance focale image $f' = 250\text{mm}$ suivie d'un miroir placé à $10,0\text{cm}$ du centre optique de la lentille. Le miroir et la lentille sont solidaires mais peuvent coulisser ensemble sur un axe verticale. Par ailleurs, le miroir peut tourner autour d'un axe horizontal.

1. On utilise le rétroprojecteur pour projeter l'image d'un document sur un écran vertical. Comment doit-on choisir l'angle α fait par le miroir avec l'horizontale pour que la projection du document horizontal soit verticale ?

2. La distance de l'écran au miroir étant de 2m , à quelle distance de la lentille doit se trouver le document ? Quelle est dans ces conditions le grandissement transversal γ_t du système ? Quelle est la taille de l'image d'un document au format A4 ($21 \times 29,7\text{cm}$) ?

3. On veut maintenant avoir un grandissement transversal de -10 . Où doit-on placer la lentille ? À quelle distance de l'axe vertical doit-on place l'écran ?

Ex3 **Loupe**

Pour examiner un petit objet AB à l'œil nu, en observant le maximum de détails, on doit l'approcher le plus près possible de l'œil. L'expérience montre cependant qu'il existe une distance minimale de vision distincte, notée d_m , en dessous de laquelle l'œil ne peut plus accommoder. Le plus grand angle sous lequel on peut voir à l'œil nu l'objet AB est donc : $\alpha = \frac{AB}{d_m}$ (nous supposons l'objet assez petit pour pouvoir confondre l'angle et sa tangente).

Pour un œil normal, d_m est de l'ordre de 25cm . Le point A correspondant est appelé *punctum proximum* (P.P.).

Toutefois l'observation rapprochée est fatigante, car l'œil doit accommoder ; l'observation idéale correspond à un objet éloigné (objet à l'infini) – alors, l'œil n'accommode plus et on dit que l'objet observé est au *punctum remotum* (P.R.) de l'œil.

Il est possible d'obtenir cette condition, tout en augmentant l'angle sous lequel on voit l'objet AB ; il suffit en effet de placer AB dans le plan focal objet d'une lentille convergente de focale f' .

L'image est alors à l'infini. On appelle α' l'angle sous lequel cette image est observée.

1. Montrer que le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la loupe vaut $0,25/f'$.

2. Calculer la distance focale puis la vergence (ou puissance) de la loupe.

Mettre au point, c'est amener l'image dans le champ de vision de l'œil entre le *punctum remotum* (qui est à l'infini) et le *punctum proximum*. Le petit déplacement correspondant de l'ensemble loupe-œil s'appelle la latitude de mise au point.

3. Calculer la latitude de mise au point d'une loupe constituée par une lentille mince convergente de 3cm de distance focale pour un œil restant au foyer image de la loupe.

Ex4 **Microscope**

Un microscope est formé d'un objectif et d'un oculaire assimilés à des lentilles minces convergentes de même axe. L'objectif a une distance focale $f'_1 = 6\text{mm}$ et l'oculaire a une distance focale $f'_2 = 50\text{mm}$. On observe au microscope un petit objet AB situé en avant de l'objectif et perpendiculaire à l'axe optique du microscope. Le microscope est réglé de façon à observer l'image définitive à l'infini (observation sans fatigue). L'image A_1B_1 formée par l'objectif est située en arrière de l'objectif, à la distance $p_1 = 170\text{mm}$ du centre optique O_1 de l'objectif.

Définitions utiles

- la puissance d'un instrument d'optique est $P = \alpha'/AB$, où α' est l'angle sous lequel on voit l'image $A'B'$ d'un objet AB à travers l'instrument complet.
- le grossissement du microscope est $G = \alpha'/\alpha$, où α est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, à la distance minimale d_m de vision distincte (25cm), et α' est l'angle sous lequel on voit l'image $A'B'$ d'un objet AB à travers l'instrument complet.

1. Déterminer la position $p = O_1A$ de l'objet et le grandissement γ_1 de l'objectif. Schématiser la marche des rayons issus de B dans le microscope.

2. Montrer que la puissance P du microscope est égale au produit de la puissance de l'oculaire par le module du grandissement de l'objectif. Faire l'application numérique.

3. Calculer le grossissement G . Faire l'application numérique.

4. Calculer la limite de résolution δ du microscope, c'est-à-dire le plus petit écartement de deux points A et B d'un objet dont les images A' et B' peuvent être distingués ; on rappelle le pouvoir séparateur de l'œil $\mathcal{E} = 1' = 2,9 \times 10^{-4}\text{rad}$.

Ex5 Lunette de Galilée

Les premières observations célestes ont été réalisées en 1610 par Galilée à l'aide d'une lunette "droite" comportant deux lentilles minces : un objectif convergent et un oculaire divergent.

1. Schématiser le montage correspondant à l'observation avec un œil normal n'accommodant pas. Comment est modifié le montage pour un œil myope ou hypermétrope ?

2. Déterminer le grossissement (cf. définition exercice précédent) de la lunette en fonction des distances focales des deux lentilles. Pourquoi la lunette est-elle dite « droite » ?

3. Application numérique : la lunette de Galilée lors de la découverte des anneaux de Saturne avait une longueur d'environ 60 cm et un grossissement d'environ 20. Déterminer les distances focales des lentilles utilisées.

4. Déterminer, en fonction des distances focales des lentilles et du diamètre D de l'objectif, la position et la taille de l'image de l'objectif par l'oculaire. Application numérique (avec les données de la question précédente) et $D = 6$ cm. Quelle est la position la plus indiquée de l'œil de l'observateur ?

V Problèmes**Pb1** Approche documentaire : Lunette de Galilée

En 1610, Galilée témoigne de ses travaux concernant la lunette qui portera bientôt son nom :

"... Je me suis mis à penser aux moyens de fabriquer l'instrument. J'y parvins si parfaitement que j'en construisis un, formé d'un tube de fer, extérieurement recouvert d'un drap cramoisi et long d'environ trois quarts de coudée (coudée environ égale à 50 cm), il comprenait deux lentilles de la grandeur d'un écu à chaque extrémité, l'une plan concave, contre laquelle on plaçait l'œil, l'autre plan convexe... Quel spectacle magnifique et passionnant que de voir le corps lunaire, éloigné de nous de presque 60 rayons terrestres, rapproché au point de nous sembler éloigné de seulement 2 rayons : son diamètre nous apparaît ainsi 30 fois plus grand..."

1. Quelle est la nature des lentilles utilisées par Galilée ?

2. La lunette est réglée de façon à donner d'une étoile, objet à l'infini, une image à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue puisqu'il voit ainsi sans accommodation. Dans ces conditions la lunette est dite "afocale".

2.a Préciser et justifier la position des foyers dans une lunette afocale.

2.b Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon lumineux incident parallèle à l'axe. Exprimer le grandissement transversal γ_t de la lunette en fonction de f'_1 distance focale de l'objectif et f'_2 distance focale de l'oculaire.

2.c Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident passant par le foyer objet de l'objectif, faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' dans les conditions de Gauss. Déterminer l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f'_1 distance focale de l'objectif et f'_2 distance focale de l'oculaire. Quelle est la relation entre G et γ_t ?

2.d D'après le texte de Galilée, le grossissement de sa lunette est à peu près égal à 30 ; en déduire les valeurs approximatives des distances focales de chacune des lentilles utilisées.

3. Du haut du Campanile de Venise, les sénateurs vénitiens invités par Galilée observent avec cette lunette en direction de Murano, distante de $d = 2,5$ km. Ils distinguent avec enthousiasme le mouvement des gens !

3.a Sous quel angle les personnes de 1,70 m (h) sont-elles observées à travers l'instrument ?

3.b A quelle distance les sénateurs ont-ils, dans ces conditions, l'impression de voir les habitants de Murano, si l'on se réfère aux textes de Galilée ? Qu'en pensez-vous ?

Pb2 Résolution de problème : Estimation de la largeur d'un pont

Document 1 : Photographie d'un pont



Voici la photo d'un pont permettant le passage sous une route à 2x2 voies séparées par un terre-plein central + une voie d'accès. Elle a été réalisée avec un appareil photo reflex plein format.

- format de l'image sur le capteur : $24\text{mm} \times 36\text{mm}$;
- distance focale de l'objectif assimilé à une lentille mince convergente : $f' = 35\text{mm}$.

Document 2 : Formation d'une image sur la pellicule

Lorsque la distance entre l'objet à photographier et l'objectif, modélisé par une lentille mince convergente, est très supérieure à la distance focale, la formule de conjugaison montre que l'image se forme dans le plan focal de la lentille.

En effet, si $|OA| \gg f'$, $\frac{1}{OA}$ est négligeable devant $\frac{1}{f'}$ et la relation $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ devient $\frac{1}{OA'} \approx \frac{1}{f'}$, d'où $\overline{OA'} \approx f'$.

À titre d'exemple, pour une distance focale de 35mm et une distance objet-lentille égale à 10m, la formule de conjugaison donne $\overline{OA'} = 35,1\text{mm}$.

Question : Estimer à partir de la photo la profondeur du pont. **Indication :** on n'hésitera pas à faire un schéma. On apportera le plus grand soin aux mesures effectuées sur la photo et on validera le résultat obtenu.

Pb3 Extrait de problème : Utilisation d'une lunette pour observer Saturne

Les montages optiques suivants sont réalisés à l'aide de différentes lentilles minces (L_n), de vergence V_n , de distance focale image f'_n , de foyers objet F_n et image F'_n et de centre optique O_n .

Toutes les expériences sont réalisées dans l'air, et dans le cadre de l'approximation de Gauss. Tous les éléments optiques sont centrés sur un même axe optique.

Tous les angles définis dans l'énoncé sont des angles orientés. On considère une lunette afocale, constituée d'une première lentille (L_1) de vergence $V_1 = 1\delta$ et d'une deuxième lentille (L_2) de vergence $V_2 = -5\delta$.

1. Énoncer les conditions de Gauss. Quelles sont leurs conséquences pour des lentilles minces ?

2. Préciser quelle lentille est l'oculaire et laquelle est l'objectif. Si elles sont convergente ou divergente. Que signifie le terme afocal ? Où sont les foyers objet et image de la lunette dans ce cas ?

3. On note $e = \overline{O_1O_2}$, la mesure algébrique séparant les deux lentilles. Exprimer e en fonction des deux distances focales images des deux lentilles, puis la calculer en cm.

4. A l'aide de la lunette précédente, un observateur regarde Saturne et son anneau le plus brillant depuis la surface de la terre. La planète Saturne est considérée pour l'observateur, comme un objet situé à l'infini. Son centre est considéré comme un point A situé à l'infini, et une portion de son anneau comme un point B situé également à l'infini. L'axe de la lunette est pointé vers A , de sorte que le faisceau lumineux issu de A soit parallèle avec l'axe optique de la lunette. Le faisceau lumineux issu de B fait un angle α par rapport à l'axe optique.

4.a Grâce à la feuille de papier millimétré fournie en annexe, reproduire, à l'échelle 1/10, l'association des 2 lentilles modélisant la lunette. Positionner les points O_1, F_1, F'_1, O_2, F_2 et F'_2 . Tracer le rayon lumineux issu du point B en prenant, par souci de lisibilité, un angle α d'environ 10° . Tracer l'image intermédiaire A_1B_1 de AB , puis positionner l'image définitive $A'B'$ à travers la lunette.

4.b Quelle est la caractéristique du faisceau émergent ? L'image intermédiaire A_1B_1 est-elle un objet virtuel ou réel pour la deuxième lentille ?

4.c On note α' l'angle d'inclinaison, par rapport à l'axe optique, du rayon émergent coïncidant au rayon incident incliné de l'angle α . Soit G le grossissement de la lunette, défini par $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Établir la relation donnant G en fonction des distances focales, puis calculer le grossissement.

5. Le rayon de l'anneau de Saturne est noté R et vaut environ 10^5 km. La distance entre Saturne et la Terre est notée D et vaut 2.10^{12} m.

5.a Le pouvoir séparateur de l'œil (angle minimum entre deux rayons pour qu'ils puissent être distingués) est d'environ 10^{-4} rad. Calculer α et α' , puis préciser si on peut voir les anneaux à l'œil nu ? grâce à la lunette ?

5.b On remplace l'œil par une caméra numérique assimilée à une lentille mince (L_3) de vergence $V_3 = +50\delta$ placée à 20 cm après (L_2). La plaque photosensible (P) de la caméra est tapissée de cellules photosensibles (les pixels) mesurant chacune $1\mu\text{m}$ de côté. Où est donc située (L_3) par rapport à (L_2) ? Pour obtenir une image nette sur (P) où doit-on placer (P) par rapport à (L_3) ? Donner aussi la valeur numérique de cette distance.

5.c Préciser le nombre n de pixels de la caméra utilisés lors de l'observation d'un anneau de Saturne.