TD 25 (Chap. 24) – Description d'un champ magnétique

I Questions de cours

1. Donner des exemples de cartes de champ magnétique (cas de l'aimant droit).
2. Définir les lignes de champ. Donner des exemples de lignes de champs.
3. Décrire le champ magnétique associé à un aimant droit, un fil, une spire, un solénoïde.
4. Donner des ordres de grandeur d'intensité de champ magnétique.
5. Interpréter les lignes de champ : champ uniforme, évolution de l'intensité d'un champ magnétique avec la distance.
6. Connaître l'expression du champ magnétique généré par un solénoïde.
7. Associer un moment magnétique à un circuit parcouru par un courant i.

II Applications directes du cours

App1 Champ dans un solénoïde

Déterminer le champ magnétique dans un solénoïde de 500 spires, de longueur 10,0cm, de diamètre 10,0mm et parcouru par un courant de 1,00A.

App2 Moment magnétique

Déterminer le moment magnétique magnétique associé à un solénoïde de 500 spires, de longueur négligeable, de diamètre 10,0mm et parcouru par un courant de 1,00A.

App3 Ordres de grandeur, moments magnétique et cinétique

On modélise le champ magnétique de la Terre par un champ dipolaire dont le moment, situé au centre de la Terre, a pour norme $\mathcal{M} = 8 \times 10^{22}\,\mathrm{A\,m^2}$. Le champ magnétique dipolaire créé par un moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ vaut, dans un repère sphérique d'axe (Oz) parallèle à la direction du moment magnétique,

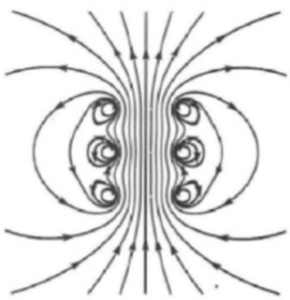
$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi r^3}(2\cos(\theta)\overrightarrow{u_r} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_\theta})\ .$$

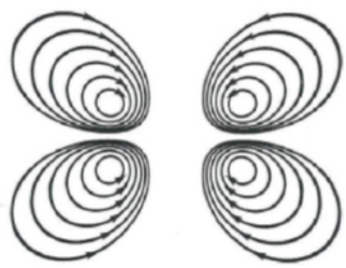
1. Quelle est l'intensité maximale de la composante horizontale B_h du champ géomagnétique à la surface de la Terre ?
2. Pour une bobine plate formée de 100 spires circulaires de rayon 5 cm, quelle intensité du courant permet d'atteindre la valeur de champ magnétique B_h à 10 cm de distance ? Commenter.
3. À partir des constantes fondamentales e (charge élémentaire), m_e (masse de l'électron) et h la constante de Planck, former une grandeur homogène à un moment dipolaire magnétique.

Une particule de masse m et de charge q décrit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse v. On souhaite modéliser ce système comme une spire parcourue par un courant d'intensité i constante.
4. Quelle définition adopter pour l'intensité moyenne i ? En déduire une expression du moment magnétique du système en fonction de q, R et v.
5. Quel est le moment cinétique au centre de l'orbite pour ce système ? Quel est le coefficient de proportionnalité avec le moment magnétique ?
6. Donner un ordre de grandeur du moment dipolaire de l'atome d'hydrogène dont le moment cinétique orbital vaut $\hbar$.

App4 Cartes de champ

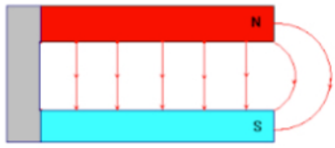
Pour chacun des deux cartes de champs magnétiques ci–contre.
1. Où le champ est–il le plus intense ?
2. Où sont placées les sources ?
3. Le courant sort–il ou rentre–il du plan de la figure ?
4. Existe–t–il des zones de champ uniforme ?





App5 Carte de champ d'un aimant en U

On donne ci–contre la carte de champ d'un aimant en U. Décrire qualitativement les différentes zones de champ magnétique. À votre avis, quelle est l'allure des lignes de champ à grande distance ?



App6 Champ créé par une bobine longue

On considère une bobine de longueur $L = 60\,\mathrm{cm}$, de rayon $R = 4\,\mathrm{cm}$, parcourue par un courant d'intensité $i = 0.6\,\mathrm{A}$.

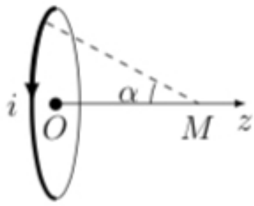
1. La formule du champ dans un solénoïde est–elle valable ?

2. Déterminer le nombre de spires nécessaires pour obtenir un champ magnétique de $0.1 \times 10^{-2}\,\mathrm{T}$.

3. La bobine est réalisée en enroulant un fil de $1.5\,\mathrm{mm}$ de diamètre autour d'un cylindre en carton. Combien de couches faut-il bobiner pour obtenir le champ précédent ?

App7 Champ créé par une spire sur son axe

Le champ créé par une spire de courant, parcourue par un courant d'intensité $i > 0$, de rayon R, est donné, en un point M qui appartient à l'axe de la spire, par la formule



$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \sin^3(\alpha)(\pm\overrightarrow{u_z}) \; ;$$

avec α étant l'angle sous lequel on voit la spire depuis M.

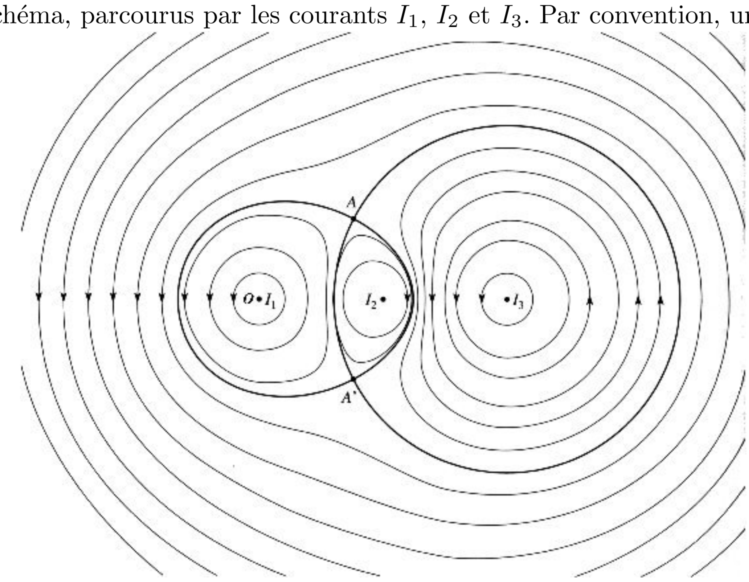
1. Le champ est dirigé suivant $+\overrightarrow{u_z}$ ou $-\overrightarrow{u_z}$?

2. Calculer la norme de $\overrightarrow{B}$ en un point de l'axe distant de $L = 10\,\mathrm{cm}$ du centre de la spire. On prendra $R = 2\,\mathrm{cm}$ et $i = 0.5\,\mathrm{A}$.

III Exercices

Ex1 Analyse d'un champ magnétique

Le schéma représente les lignes du champ magnétique créé par trois fils infiniment longs, perpendiculaires au plan du schéma, parcourus par les courants I_1, I_2 et I_3. Par convention, un courant dirigé vers le lecteur est positif.



On donne les coordonnées des points $O(0;0)$, A, A'. On donne également la position des fils dans le plan de la figure : O_1, O_2 et O_3.

1. Déterminer sans calculs le signe de I_1, I_2, I_3 et celui de la somme $I_1 + I_2 + I_3$.

2. Quelle est la valeur du champ $\overrightarrow{B}$ en A et en A' ?

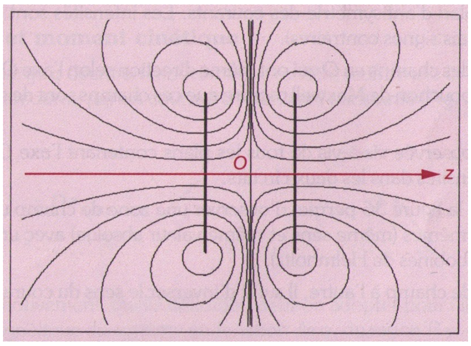
3. On donne le champ magnétique créé par un fil parcouru par un courant I à une distance r de celui-ci

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e}_\theta \; .$$

Connaissant $|I_2| = 1\,\mathrm{A}$. Exprimer I_1 et I_3 en fonction des distance $r_1 = O_1A$, $r_2 = O_2A$ et $r_3 = O_3A$ ainsi que des distances x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3 définies telles que $r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}$, $r_2 = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2}$ et $r_3 = (x_3^2 + y_3^2)^{1/2}$.

Ex2 Analyse d'un spectre de champs magnétiques

La carte de champ magnétique ci-dessous a été obtenue dans le plan (xOz).



1. Préciser où se trouvent les sources du champ et commenter la forme des lignes en leur voisinages.

2. Le champ magnétique s'avère invariant par rotation autour de l'axe (Oz), préciser la nature des circuits électriques produisant cette carte de champ.

3. Déterminer le sens relatifs de parcours des intensités dans les différents circuits.

4. En exploitant les symétries, comparer les intensités des différents courants ; interpréter alors la situation en O.

Ex3 Champ magnétique terrestre

Un solénoïde comportant $N = 1000$ spires jointives a pour longueur $L = 80$cm est parcouru par un courant d'intensité I. On rappelle que $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ unité S.I.

1. Faire un schéma sur lequel vous représenterez le spectre magnétique du champ magnétique (i.e. les lignes de champ), les faces Nord et Sud du solénoïde et le vecteur champ magnétique au centre du solénoïde.

On suppose le solénoïde suffisamment long pour être assimilable à un solénoïde de longueur infinie.

2. Quelle est l'expression de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde ? A.N. pour $I = 20$mA. Comparer à d'autres systèmes connus.

On appelle plan méridien magnétique en un point de la Terre, le plan vertical et contenant le vecteur champ magnétique en ce point. L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan méridien magnétique. Au centre du solénoïde est placée une petite boussole mobile autour de son axe vertical.

3. Quelle est l'orientation de la boussole pour $I = 0$?

4. Quand le courant est d'intensité $I = 20$mA, la boussole tourne d'un angle $\alpha = 32.5°$. En déduire l'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Ex4 Bobine torique

Soit un tore de section circulaire de diamètre a, sur lequel sont réparties N spires. Le rayon moyen du tore est noté R et on admet que le nombre de spires est suffisamment élevée pour qu'on puisse considérer toute la surface du tore uniformément couverte par le conducteur (modèle de spires jointives). On souhaite déterminer le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ créé en tout point de l'espace, par un courant électrique d'intensité I parcourant cette bobine.

1. Montrer, en exploitant les symétries que les lignes de champ magnétique sont des cercles dont on précisera le centre.

2. Que peut–ont dire de l'intensité du champ le long d'une ligne de champ ?

3. On rappelle que le produit de l'intensité moyenne du champ par la longueur d'une ligne de champ est égal au produit de la la perméabilité du vide par l'intensité enlacée par la ligne de champ considérée. Que peut–on dire du champ à l'intérieur et à l'extérieur du tore ?

4. Lorsque le rayon R devient très supérieur à a, montrer que le champ magnétique à une intensité uniforme dans le tore. Relier sa valeur à l'intensité I et au nombre de spire par unité de longueur n.

Ex5 Moment magnétique et moment cinétique

Une particule de masse m et de charge q décrit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse v. On souhaite modéliser ce système comme une spire parcourue par un courant d'intensité I constante.

1. Si on note T la période de révolution de la particule, quelle définition peut-on adopter pour l'intensité moyenne I ? En déduire une expression du moment magnétique du système en fonction de q, du rayon R et de T.

2. Quel est par ailleurs le moment cinétique, exprimé au centre de l'orbite, pour ce système ? Vérifier qu'il y a proportionnalité entre le moment magnétique et le moment cinétique exprimé en O. Que remarque-t-on sur le coefficient de proportionnalité ?

Remarque : Cette propriété est très générale : toute particule présente un moment cinétique propre et un moment magnétique qui sont proportionnels. Toutefois la mécanique quantique donne une autre expression du coefficient de proportionnalité, ce que l'expérience confirme.

3. Quel l'ordre de grandeur proposeriez-vous pour le moment magnétique de l'atome d'hydrogène, sachant que le moment cinétique orbital est de l'ordre de $\dfrac{h}{2\pi} = 1,05.10^{-34}$J.s ? On donne la masse de l'électron $m_e = 9,11.10^{-31}$ kg.

Ex6 Champ tournant

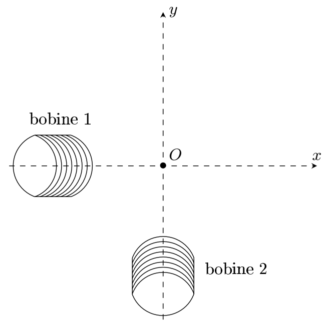
Les deux bobines représentées ci–contre ont même rayon, même hauteur et même nombre de spires. Elles sont parcourues par des courants $i_1 = I_m \cos(\omega t)$ et $i_2 = I_m \sin(\omega t)$. Le champ créé par chacun des bobines en O a pour expression $\overrightarrow{B} = Ki\overrightarrow{n}$ où $\overrightarrow{n}$ est un vecteur unitaire colinéaire à l'axe de la bobine.

1. Quel est le déphasage entre les deux courants ?

2. Déterminer l'expression du champ magnétique créé en O.

3. Montrer que celui–ci a une norme constante et qu'il tourne à la vitesse angulaire ω. Préciser le sens de rotation.

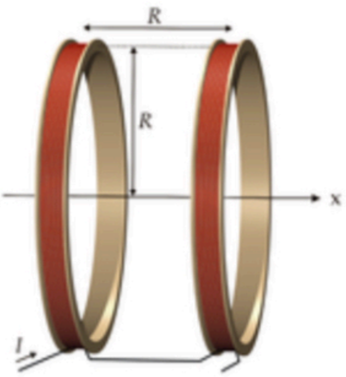
4. On envisage un dispositif similaire utilisant trois bobines. Comment doit–on disposer les bobines et quel doivent être les déphasages entre les courants ?

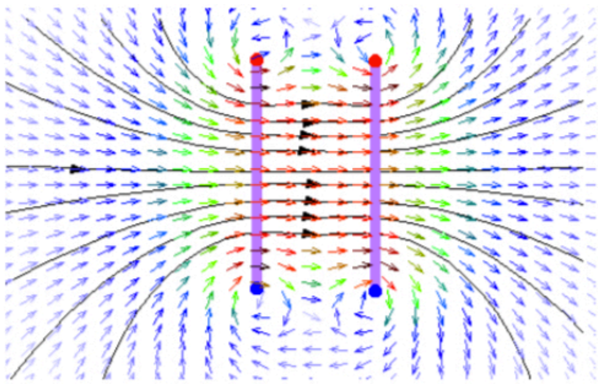


IV Problèmes

Pb1 Bobines de Helmholtz

Les bobines de Helmholtz sont un dispositif constitué de deux bobines circulaire de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler un courant électrique identique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles–mêmes.





On peut modéliser les bobines de Helmholtz par deux associations de N spire confondues parcourues par un même courant i, de même rayon R et séparées d'une distance R : le champ créé sur l'axe (Ox) à une distance x de son centre :

$$\overrightarrow{B}(x) = \frac{\mu_0 N i R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \overrightarrow{u}_x \, .$$

1. En sommant les champs créés par les deux bobines, calculer le champ en O. On fera attention au choix du système de coordonnées.

2. Montrer par un développement limité correctement justifié que le champ est quasi–uniforme au voisinage de O. On précisera l'ordre d'approximation auquel on peut dire que le champ est uniforme.

3. Faire l'application numérique pour $R = 10\,\text{cm}$, $i = 1\,\text{A}$ et $N = 10$.

4. Il est également possible de relier les bobines en configuration anti–Helmholtz en les alimentant par des courants opposés. Montrer que dans ce cas, le champ décroit linéairement au voisinage de O, toujours en précisant à quel ordre cette approximation est valable.

Pb2 Champ dipolaire

Le champ magnétique dipolaire créé par un moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ vaut, dans un repère sphérique d'axe (Oz) parallèle à la direction du moment magnétique,

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi r^3}(2\cos(\theta)\overrightarrow{u_r} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_\theta}) \ .$$

On s'intéresse aux propriétés du champ ainsi décrit en quelques points particuliers.

1. Montrer que le champ est invariant par rotation autour de l'axe Oz.

2. Préciser les valeurs de θ correspondant à des points sur l'axe Oz. Calculer le champ en un tel point et comparer au champ d'une spire de rayon R parcourue par un courant I sur son axe à une distance z : $\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{z^3}\overrightarrow{u}_z$. Est–ce logique ?

3. Calculer le champ proche de l'axe, en faisant un développement limité adéquat et en ne gardant que la composante principale.

4. Préciser les valeurs de θ correspondant à des points du plan équatorial. Calculer le champ en un tel point. Commenter.

5. Tracer les lignes de champ en vous appuyant sur les questions précédentes.