

**Indication pour l'exercice 1.**

**Indication pour l'exercice 2.**

**Indication pour l'exercice 3.**

**Indication pour l'exercice 4.** 1. Calculer les coefficients grâce à la formule du produit matriciel (formule à connaître absolument).

2. Calculer  $B^\top$ .

3. Si  $B$  est symétrique et antisymétrique, que vaut  $B$  ?

4. Chercher un contre exemple avec une matrice  $A$  symétrique dans  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  dont le carré est nul.

**Indication pour l'exercice 5.**

**Indication pour l'exercice 6.** Récurrence pour les deux questions.

**Indication pour l'exercice 7.** Appliquer la formule du binôme de Newton à  $A + B$  à une puissance assez grande pour la seconde question.

**Indication pour l'exercice 8.**

**Indication pour l'exercice 9.**

**Indication pour l'exercice 10.** 1. Récurrence sur  $p$

2. Isoler le terme en  $I_n$  et factoriser par  $A$ .

**Indication pour l'exercice 11.** 1.

2. Calculer la transposée de  $X^\top AX$ .

**Indication pour l'exercice 12.**

**Indication pour l'exercice 13.** Absurde.

**Indication pour l'exercice 14.**  $I_n - A^p = (I_n)^p - A^p$  et il y a une formule du type  $A^p - B^p$  (à condition qu'une certaine hypothèse soit vérifiée).

**Indication pour l'exercice 15.**

**Indication pour l'exercice 16.**

**Indication pour l'exercice 17.**

**Indication pour l'exercice 18.** 1. Si  $X_{n+1} = AX_n$  quel doit être le nombre de lignes et de colonnes de  $A$  ?

2. Exprimer  $X_1$  en fonction de  $X_0$ , puis  $X_2$  en fonction de  $X_0$  puis raisonner par récurrence.

3. Calculer  $J^2$ ,  $J^3$  puis raisonner par récurrence.

4. Écrire  $A$  comme  $\alpha I_2 + \beta J$  puis appliquer la formule du binôme de Newton.

5.

**Indication pour l'exercice 19.**

**Indication pour l'exercice 20.**

**Indication pour l'exercice 21.**