

Indication pour l'exercice 1.

Indication pour l'exercice 2.

Indication pour l'exercice 3.

Indication pour l'exercice 4.

Indication pour l'exercice 5.

Indication pour l'exercice 6. Factoriser par n puis faire un DL de $\sqrt{1+x}$ en 0.

Indication pour l'exercice 7. Se rappeler que $(a-b)^2 \geq 0$

Indication pour l'exercice 8. 1. Récurrence

2. Écrire la définition de la limite avec ε tel que $\ell + \varepsilon < 1$ puis appliquer la question 1.
3. Écrire la définition de la limite avec ε tel que $\ell - \varepsilon > 1$ puis appliquer la question 1.
4. Considérer des séries de Riemann.

Indication pour l'exercice 9.

Indication pour l'exercice 10. Considérer S_n la somme partielle d'indice n et minorer $S_{2n} - S_n$.

Indication pour l'exercice 11. Se rappeler que $(v_n)_n$ converge ssi $\sum v_{n+1} - v_n$ converge. Puis faire un DL de $v_{n+1} - v_n$.

Indication pour l'exercice 12. 1. Comparer à une série de Riemann convergente.

2. Comparer à une série de Riemann divergente.
3. On pourra faire une comparaison série intégrale.

Indication pour l'exercice 13.

Indication pour l'exercice 14.

Indication pour l'exercice 15.

Indication pour l'exercice 16.

Indication pour l'exercice 17.

Indication pour l'exercice 18.

Indication pour l'exercice 19. 1. Procéder par double inégalité.

2. Séparer d'abord les parties positives et négatives¹.

3. (a)

(b) Si $x \geq 0$, poser $S = 0$, tant que $S < x$ rajouter à S des termes positifs de u_n , quand $S \geq x$ rajouter des termes négatifs. Puis montrer que l'on a bien construit σ qui fonctionne.

(c)

4. Oui, oui l'addition infinie de nombres n'est pas une opération commutative.

1. Si $x \in \mathbb{R}$, $x^+ = \max(x, 0)$ et $x^- = -\min(0, x)$ sont les parties positives et négatives de x , $x = x^+ - x^-$ et $|x| = x^+ + x^-$.