
Colles semaine du 22 septembre



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Pour tout réels $a > 0$ et $b > 0$, $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ (Proposition 2 point 5 Ch2).
2. Pour tout réel x , $\exp(x) \geq 1 + x$. (Proposition 3 point 10 Ch2)
3. Inégalités triangulaires : pour tout réels x et y , $|x + y| \leq |x| + |y|$ et $||x| - |y|| \leq |x - y|$ (Proposition 6 points 3 et 4, Ch2)
4. Pour tout réels a et b , $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$ (preuve géométrique, Proposition 7 point 3 Ch2)
5. La fonction \cos établit une bijection de $[0, \pi]$ vers $[-1, 1]$ (Théorème 9 Ch2).

II Programme

Logique

- Notion de proposition. Tables de vérité.
- Vocabulaire : axiome, théorème, lemme, corollaire, conjecture.
- Propositions équivalentes, négation, conjonction, disjonction de propositions.
- Propriétés de la conjonction, de la disjonction, lois de Morgan.
- Implication, vocabulaire : condition nécessaire, suffisante. Négation d'une implication, contraposée. Double implication et équivalence.
- Notion rudimentaire d'ensemble : appartenance d'un élément, définition par extension, par compréhension.
- Quantificateurs : universel, existentiel. Négation des quantificateurs.
- Raisonnements classiques : direct, par contraposée, par l'absurde, par disjonction de cas, par analyse synthèse, par récurrence (simple, double, forte).

Généralités sur les fonctions

- Définition d'une fonction de la variable réelle à valeurs dans \mathbb{R} : image, antécédent, ensemble de départ, d'arrivée.
- Graphe/courbe représentative d'une fonction.
- Image d'une fonction $f: D \rightarrow A$: $f(D)$.
- Fonction périodique : définition.
- Opérations usuelles sur les fonctions (somme, produit par un scalaire, produit, quotient). Composition. On dit de deux fonctions telles que $f \circ g = g \circ f$ qu'elles commutent.
- Variation de fonction. Variation d'une composée.
- Fonctions minorées, majorée, bornées. Lien avec la valeur absolue.
- Fonctions bijectives, bijection réciproque, fonction identité, théorème de la bijection monotone.
- Nombre dérivé, fonctions dérivables en un point. Fonction dérivée, fonctions dérivables sur un intervalle. Opérations sur les dérivées : somme, produit, quotient.
- Composée de fonctions dérivables. Dérivée de la bijection réciproque.
- Dérivée et monotonie.
- Fonctions usuelles : \ln , \exp , fonctions puissances, valeur absolue.
- Fonctions circulaires : \cos , \sin , \tan , \arccos , \arcsin , \arctan .
- Fonctions hyperboliques : définition et propriétés.