

🎀 Colles semaine du 29 septembre 🎀



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Inégalités triangulaires : pour tout réels x et y , $|x + y| \leq |x| + |y|$ et $||x| - |y|| \leq |x - y|$ (Proposition 6 points 3 et 4, Ch2)
2. La fonction \cos établit une bijection de $[0, \pi]$ vers $[-1, 1]$ (Théorème 9 Ch2).
3. Existence d'un unique opposé pour l'addition, et existence d'un unique inverse pour la multiplication. (Propriété 2 points 7 et 8, Ch3).
4. Première inégalité triangulaire dans \mathbb{C} . (Proposition 2, point 9, Ch3).
5. Calcul de $\cos(p) + \cos(q)$ pour tout réels p et q . (Exo 3, Ch3).
6. Tout nombre complexe non nul admet deux racines carrées opposées. (Proposition 7, Ch3).

II Programme

Généralités sur les fonctions

- Définition d'une fonction de la variable réelle à valeurs dans \mathbb{R} : image, antécédent, ensemble de départ, d'arrivée.
- Graphe/courbe représentative d'une fonction.
- Image d'une fonction $f: D \rightarrow A : f(D)$.
- Fonction périodique : définition.
- Opérations usuelles sur les fonctions (somme, produit par un scalaire, produit, quotient). Composition. On dit de deux fonctions telles que $f \circ g = g \circ f$ qu'elles commutent.
- Variation de fonction. Variation d'une composée.
- Fonctions minorées, majorée, bornées. Lien avec la valeur absolue.
- Fonctions bijectives, bijection réciproque, fonction identité, théorème de la bijection monotone.
- Nombre dérivé, fonctions dérivables en un point. Fonction dérivée, fonctions dérivables sur un intervalle. Opérations sur les dérivées : somme, produit, quotient.
- Composée de fonctions dérivables. Dérivée de la bijection réciproque.
- Dérivée et monotonie.
- Fonctions usuelles : \ln , \exp , fonctions puissances, valeur absolue.

- Fonctions circulaires : \cos , \sin , \tan , \arccos , \arcsin , \arctan .
- Fonctions hyperboliques : définition et propriétés.

Nombres complexes

- Nombres complexes : définition de i , \mathbb{C} .
- Écriture algébrique : parties réelles, imaginaires. Imaginaires purs.
- Propriété de l'addition $+$ et de la multiplication \times sur \mathbb{C} . Linéarité des parties réelles et imaginaires.
- Conjugué. Propriété du conjugué.
- Représentation dans le plan. Module. Propriétés du module.
- Nombres complexes de module 1 : l'ensemble \mathbb{U} . Propriétés.
- Écriture trigonométrique. Propriétés des arguments.
- Exponentielle complexe, propriétés.
- Résolutions d'équations dans \mathbb{C} : racines carrées, équations polynômiales de degré 2, racines n -ième de l'unité, racines n -ièmes.
- Légère introduction aux fonction de \mathbb{C} dans \mathbb{C} : si $\operatorname{Re}(f)$ et $\operatorname{Im}(f)$ sont continues sur I alors f est continue sur I . Idem dérivabilité.
- Transformation du plan : alignement, orthogonalité. Homothéties, rotations, translations, symétries.