

🌿 Colles semaine du 13 octobre 🌿



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Soit E et F deux ensembles, $f: E \rightarrow F$ une application et $(A, A') \in \mathcal{P}(E)^2$. Alors :
 - Si $A \subset A'$ alors $f(A) \subset f(A')$ (Propriété 5, Ch4).
 - $f(A \cup A') \subset f(A) \cup f(A')$ (Propriété 6, Ch4).
2. Soient E, F, G et H des ensembles, $f: E \rightarrow F$, $g: F \rightarrow G$ et $h: G \rightarrow H$ des applications. Alors, $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$. (Propriété 8 Ch 4).
3. Théorème d'intégration par parties (Théorème 3 Ch5).
4. Déterminer une primitive de \ln . (Exo 4 Ch5).
5. Théorème de changement de variable (Théorème 4 Ch5).
6. Résolution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre homogène (Proposition 2 Ch5).

II Programme

Ensembles et applications

- Ensemble : définition par extension, compréhension, paramétrage.
- Inclusion, sous ensembles.
- Produit cartésien de deux ensembles, de n ensembles. Famille d'éléments de E un ensemble indexé par un ensemble I non vide.
- Intersection, union. Propriétés. Union et intersection d'une famille de parties.
- Parties disjointes. Recouvrement, partition.
- Différence et complémentaire. Lois de Morgan.
- Ensemble des parties. Cardinal.
- Applications : définition, vocabulaire. Applications identités et indicatrices.
- Restriction à une partie, prolongement.
- Image directe, image réciproque.
- Opérations usuelles : somme produit quotient composition.
- Injectivité, surjectivité, bijectivité. Composition et injectivité/surjectivité.
- Caractérisation de la bijectivité. Propriétés de la bijection réciproque.

Primitives et équations différentielles

- Intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$. Propriétés usuelles.
- Intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$ à valeurs complexes.
- Théorème fondamental de l'analyse. Primitives usuelles.
- Calcul de primitives des fonctions de la forme $x: \frac{1}{ax^2 + bx + c}$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^2$.
- Intégration par parties. Changement de variables.
- Équation différentielle linéaire d'ordre 1. Équation homogène associée. Méthodes de résolution (variation de la constante, principe de superposition). Existence et unicité d'une solution à un problème de Cauchy.
- Équation différentielle linéaire d'ordre 2 à **coefficients constants**. Résolution dans \mathbb{C} . Principe de superposition. Solution particulière pour certains second membres (principe de ressemblance). **À l'attention des colleurs : les équations diff linéaires d'ordre 2 à coeff constants ne seront vues que le vendredi 9 et lundi 13, et traitées en TD le lundi 13.**