Colles semaine du 17 novembre

Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Existence de la partie entière d'un réel x. (Définition 14).

2. Mise sous forme canonique du trinôme ax^2+bx+c et factorisation en fonction de la valeur/signe du discriminant (Partie IV.2 et proposition 13 Ch6)

3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sum_0^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (Proposition 1 Ch7)

4. Donner les deux énoncés (pas de démo) du théorème de Fubini pour les sommes doubles indexées par un rectangle (Théorème 1 Ch 7) et pour les sommes doubles indexées par un triangle (Théorème 2 Ch7).

5. Formule de Pascal pour les coefficients binomiaux.

II Programme

Généralités sur les réels

- Ensembles de nombres : rappels sur les entiers, les rationnels.
- Corps des réels : loi interne +, loi interne ×, propriétés.
- Règles de calculs dans $\mathbb{R}$: puissances, identités remarquables, valeur absolue.
- Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$: comparaison, compatibilité.
- Intervalles de $\mathbb{R}$: vocabulaire.
- Majorant/minorant, maximum/minimum, borne sup/borne inf, caractérisation de la borne sup.
- Partie entière. Racines carrées. Racines n-ième.
- Trinôme de degré 2 : forme canonique, racines réelles, signe du trinôme.

Compléments de calculs

- Sommes et produits indexés sur une partie I finie de $\mathbb{N}$.
- Sommes usuelles : $\sum_0^n k, \sum_0^n k^2$, $\sum_0^n k^3$, somme géométrique de raison $q \in \mathbb{R}$.
- Propriétés de la somme, propriété du produit.
- Méthodes de calcul : changement de variable, sommation par paquets, téléscopage.
- Sommes doubles : définition, théorème de Fubini (somme double indexée par un rectangle/un triangle).
- Factorielle, coefficients binômiaux.
- Propriétés usuelles des coefficients binômiaux (formule du chef, formule de Pascal, symétrie etc.)
- Binôme de Newton.
- Résolution de petits systèmes linéaires (2×2 ou 3×3 max) ave substitution et méthode du pivot de Gauss.