Colles semaine du 24 novembre

Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Implémentation de la division euclidienne de $(a,b) \in \mathbb{N} \times N^*$ en Python.
2. Soit $(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$, et $a = bq + r$ la division euclidienne de a par b. Alors, $\text{pgcd}(a,b) = \text{pgcd}(b,r)$. (Lemme 1 Ch 8)
3. Test de primalité : n est premier si et seulement si il n'admet aucun diviseur entre 2 et $\sqrt{n}$. (Proposition 3 Ch8).
4. Implémentation en Python du test de primalité ci-dessus (Proposition 3 Ch8)
5. Si $a = \prod_{i=1}^{r} p_i^{\alpha_i}$ et $b = \prod_{i=1}^{r} p_i^{\beta_i}$ avec $p_1 < \ldots < p_2$ des entiers premiers, $(\alpha_i)_{i=1}^r$ et $\left(\beta_i\right)_{i=1}^r$ des entiers naturels, alors $\text{pgcd}(a,b) = \prod_{i=1}^{r} p_i^{\min(\alpha_i,\beta_i)}$. (Proposition 5 Ch8).

II Programme

Arithmétique

- Divisibilité dans $\mathbb{Z}$: notion de diviseur, de multiple. Notation $k\mathbb{Z}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
- Propriétés usuelles de divisibilité.
- Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$: dividende, diviseur, quotient, reste. Algorithme Python pour division euclidienne dans $\mathbb{N}$.
- Pgcd, ppcm. Algorithme d'Euclide et implémentation en Python.
- Nombres premiers. Test de primalité, implémentation en Python. Il existe une infinité de nombres premiers, démonstration.
- Décomposition en facteurs premiers : existence, unicité. Critère de divisibilité Expressions du pgcd et du ppcm. Relation $\text{pgcd}(a,b) \times ppcm(a,b) = ab$.
- Nombres premiers.