

Colles semaine du 8 décembre



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Toute suite réelle convergente est bornée. (Théorème 3 Ch 9)
2. Théorème d'encadrement. (Théorème 6 Ch 9)
3. Définition des approximation décimales par défaut/par excès d'un réel x à 10^{-n} près + résultat de convergence. (Déf 15 + **énoncé sans la démo** du Théorème 7, Ch 9)
4. Définitions d'une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ négligeable devant/dominée par/équivalente à une autre suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, en faisant attention à bien indiquer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
5. Propriétés des matrices inversibles. (Propriété 4 Ch 10)
6. Critère de non inversibilité d'une matrice. (Théorème 3 Ch 10)

II Programme

Suites numériques

- Suites numériques réelles/complexes. Vocabulaire. Définition explicite, implicite, par récurrence. Opérations usuelles pour les suites réelles.
- Monotonie d'une suite réelle, méthodes pour étudier la monotonie. Suite stationnaire.
- Suites réelles minorée/majorée/bornée. Caractérisation des suites bornées (réelles/complexes).
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 1 : méthode pour déterminer le terme général.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : méthode pour déterminer le terme général.
- Limites de suites réelles : notion de convergence, divergence. Nature d'une suite. Définitions avec les quantificateurs.
- Unicité de la limite. Caractérisation de la convergence d'une suite réelle (Propo 5)/ complexe (Propo 11).
- Limites finies usuelles, opérations usuelles sur les limites finies/infinies.
- Propriétés des suites réelles convergentes : signe de la limite et de la suite, convergente implique bornée, passage à la limite dans les inégalités.

- Théorème d'existence de limites pour les suites réelles : comparaison, encadrement (gendarmes), théorème de la limite monotone, suites adjacentes.

- Approximation décimale d'un nombre réel.
- Notion de suites extraites : limite, suites d'ordres pairs/impairs caractérisent la limite.
- Suites réelles récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$. Intervalle stable par une fonction f . Monotonie de la suite en fonction de celle de f . Théorème du point fixe.
- Introduction aux suites complexes : différences avec les suites réelles. Notion de bornitude, de limite.
- Relations de comparaison entre suites réelles : négligabilité, domination, équivalence.

Calcul matriciel

- Matrices à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ et $\mathbb{K} = \mathbb{C}$: définition, vocabulaire. Addition de matrices, multiplication par un scalaire. Transposition.
- Produit matriciel : définition, non-commutativité, $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +, \times)$ n'est pas intègre (formulation HP).
- Matrices élémentaires, matrices d'opérations élémentaires (dilatation, transposition, transvection). Effet de la multiplication à gauche/droite par une matrice d'opérations élémentaires.
- Matrices carrées : matrices diagonales, triangulaires inférieures/supérieures, symétriques, antisymétriques.

Puissance de matrices. Matrices nilpotentes, indice de nilpotence. Matrices commutantes, binôme de Newton.

- Matrices carrées : inversibilité. Définition, propriété, critère de non inversibilité, critère du noyau. Inverse d'une

matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.

- Pas de pivot de Gauss ni de systèmes linéaires cette semaine**