

## ❖ Colles semaine du 15 décembre ❖



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

### I Démonstration et définition exigibles

*L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.*

1. Inverse d'une matrice carrée de taille 2. (Proposition 4 Ch 10)
2. Définition des matrices d'opérations élémentaires + donner un exemple de matrices d'opération élémentaire et expliquer son action par multiplication à gauche/à droite (Définition 8 + Exercice 2 + comprendre la proposition 3... Ch10)
3. Définition du degré d'un polynôme. (Définition 3 Ch 11)
4. Formule de Leibniz dans  $\mathbb{K}[X]$ . (Proposition 3 point 4 Ch 11)

### II Programme

#### Calcul matriciel

- Matrices à coefficients dans  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  et  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  : définition, vocabulaire. Addition de matrices, multiplication par un scalaire. Transposition.
- Produit matriciel : définition, non-commutativité,  $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}), +, \times)$  n'est pas intégré (formulation HP).
- Matrices élémentaires, matrices d'opérations élémentaires (dilatation, transposition, transvection). Effet de la multiplication à gauche/droite par une matrice d'opérations élémentaires.
- Matrices carrées : matrices diagonales, triangulaires inférieures/supérieures, symétriques, antisymétriques. Puissance de matrices. Matrices nilpotentes, indice de nilpotence. Matrices commutantes, binôme de Newton.
- Matrices carrées : inversibilité. Définition, propriété, critère de non inversibilité, critère du noyau. Inverse d'une matrice de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ .
- Méthode du pivot de Gauss. Écriture matricielle d'un système linéaire, résolution. Systèmes carrés : système de Cramer, notion de **rang d'un système** **À l'attention des colleurs : nous n'avons pas parlé de rang de matrices.**

#### Polynômes

- Définition naïve de  $\mathbb{K}[X]$  pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .
- Polynôme nul, degré, ensembles  $\mathbb{K}_n[X]$ , propriété du degré. Polynômes constants, monômes, polynômes unitaires.
- Égalité de deux polynômes.
- Opérations usuelles, polynôme dérivé.
- Racines de **fonctions polynomiale**
- Divisibilité, division euclidienne. **À l'attention des colleurs : nous n'en sommes qu'à la définition.**