Colles semaine du 2 février

> Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Si E est $\mathbb{K}$-espace vectoriel, l'intersection de deux s.e.v de E est un s.e.v. De même, l'intersection d'une famille de s.e.v de E est un s.e.v (Proposition 3, Ch 13).
2. Propriétés de la somme de deux s.e.v. (Proposition 5, Ch 13).
3. Dérivabilité du quotient de deux fonctions dérivables (Proposition 2 point 3 Ch14)
4. Dérivabilité de la bijection réciproque (Théorème 2 Ch 14)
5. Théorème de Rolle **et** TAF (Théorèmes 3 et 4 Ch 14).
6. Théorème de la limite de la dérivée (Théorème 5 Ch 14).

II Programme

Espaces vectoriels

- Définition de $(E,+,\cdot)$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, $K=\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
- Espaces vectoriels usuels : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$, $\mathbb{K}^{\mathbb{R}}$, E^{Ω} où Ω est un ensemble quelconque et E un $\mathbb{K}$-e.v.
- Premières propriétés : unicité du vecteur nul, de l'opposé, produit nul.
- Sous-espaces vectoriels : définition. Un s.e.v est un e.v. Exemples usuels.
- Notion de combinaison linéaire. Intersection de s.e.v. Espace vectoriel engendré.
- Somme de deux s.e.v. Supplémentaires.
- Familles finies d'un e.v : familles libres, génératrices.
- Bases, vecteur coordonnée d'un vecteur x dans une base $\mathscr{B}$. Concaténation des bases, base adaptée.
- **À l'attention des colleurs : pas de notion de dimension pour le moment !**

Dérivabilité

- Dérivabilité en un point. Approximation affine et tangente en un point. Dérivabilité sur un intervalle. Dérivabilité implique continuité. Dérivabilité à gauche/droite.
- Opérations usuelles sur les dérivées : produit, somme, quotient, composée.
- Dérivée de la bijection réciproque.
- Théorème de Rolle. TAF, IAF, théorème de la limite de la dérivée.
- Extrema globaux/locaux. Condition nécessaire pour admettr eun extremum local.
- Application de la dérivabilité : aux suites récurrentes, à la monotonie.
- Convexité : définition, caractérisation à l'aide de la dérivée.