

🌿 Colles semaine du 9 mars 🌿



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. L'image du Vect c'est le Vect des images (Proposition 2 Ch 15).
2. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité d'une application linéaire (Proposition 3 Ch15).
3. Donner la définition de $f = o_a(g)$, de $f \sim_a g$ et de $f = O_a(g)$. (en prenant garde à bien dire qui est f , g , a ...)
4. Si $f \sim_a g$ alors f et g ont même signe au voisinage de a (Proposition 3 point 2 Ch16)
5. $DL_n(0)$ de $\frac{1}{1-x}$ et de $\frac{1}{1+x}$ et $DL_n(0)$ de $\ln(1+x)$ (Ex 4 et 6 Ch16)
6. Il y a au plus unicité du développement limité (Proposition 5 Ch 16)
7. Relation entre parité d'une fonction et son $DL_n(0)$. (Proposition 6 Ch 16).
8. Formule de Taylor-Young (Théorème 2 Ch16).

II Programme

Applications linéaires **À l'attention des colleurs : pas de dimension finie pour le moment !**

- Applications linéaires, endomorphismes, formes linéaires (et dual), premières propriétés.
- Opérations usuelles : somme produit par un scalaire, composition.
- Images directes, images réciproques, image d'un s.e.v engendré par une famille de vecteurs.
- Noyau et image. Caractérisation de l'injectivité, surjectivité. Isomorphismes, automorphismes, propriétés.
- Équations linéaires : définition + exemples.
- Applications linéaires et bases.
- Endomorphismes : propriétés. Automorphismes : propriétés. Endomorphismes particuliers : homothéties, projections, symétries.
- Polynômes d'endomorphismes, binôme de Newton et polynômes annulateurs.

Analyse asymptotique

- Rappels : asymptotes verticales/horizontales, asymptotes obliques, branches paraboliques.
- Négligeabilité : définition, propriétés algébriques.
- Équivalence : définition, propriétés, équivalents usuels en 0, liens entre limites et équivalences.
- Domination : définition, propriétés.
- Développements limités : définition, troncature, unicité, parité et partie régulière, conditions nécessaires et suffisantes pour $DL_1(a)$ et $DL_0(a)$.
- Translations de DL, primitive d'un DL.
- Formule de Taylor-Young.
- DL usuels en 0 : $\exp$, $\sin$, $\cos$, $(1+x)^\alpha$, tangente (ordre 5 max), $\ln(1+x)$.
- Vu le lundi 9 mars : applications des DL (calculs de limites, étude de fonctions, développements asymptotiques.)