

🌿 Colles semaine du 16 mars 🌿



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Il y a au plus unicité du développement limité (Proposition 5 Ch 16)
2. Relation entre parité d'une fonction et son $DL_n(0)$. (Proposition 6 Ch 16).
3. Formule de Taylor-Young (Théorème 2 Ch16).
4. **Informatique : implémentation de l'algorithme du tri à bulle + étude de la terminaison + étude de la complexité (partie II Chapitre 2 info)**
5. Soit E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel et $\mathcal{F} = \{e_1, \dots, e_n\}$ une famille génératrice. Si $y \in E$ alors $\{e_1, \dots, e_n, y\}$ est également génératrice. S'il existe $\ell \in \llbracket 1, n \rrbracket$ tel que x_ℓ s'écrit comme combinaison linéaire des autres vecteurs de $\mathcal{F}$ alors la famille $\mathcal{F} \setminus \{x_\ell\}$ est également génératrice. (Lemme 1 Ch 17)
6. **Énoncé** du théorème de l'échange (Théorème 1 Ch17) + **énoncé et démo** de "Toute base de E un ev de dimension finie a même cardinal". (Proposition 2 Ch 17)

II Programme

Analyse asymptotique

- Rappels : asymptotes verticales/horizontales, asymptotes obliques, branches paraboliques.
- Négligeabilité : définition, propriétés algébriques.
- Équivalence : définition, propriétés, équivalents usuels en 0, liens entre limites et équivalences.
- Domination : définition, propriétés.
- Développements limités : définition, troncature, unicité, parité et partie régulière, conditions nécessaires et suffisantes pour $DL_1(a)$ et $DL_0(a)$.
- Translations de DL, primitive d'un DL.
- Formule de Taylor-Young.
- DL usuels en 0 : $\exp$, $\sin$, $\cos$, $(1+x)^\alpha$, tangente (ordre 5 max), $\ln(1+x)$.
- Applications des DL (calculs de limites, étude de fonctions, développements asymptotiques, limites de suites.)

Espaces vectoriels de dimension finie

- Définition de la dimension finie. Propriété des familles génératrices/libres. Théorème de l'échange.
- Existence d'une base en dimension finie. Théorème de la base incomplète. Théorème de la base extraite.
- Dimension d'un espace vectoriel, dimension d'espaces usuels. L'espace vectoriel de dimension nulle.
- Dimension et familles libres/génératrices.
- Sous-espaces vectoriels en dimension finie. Propriétés.

À l'attention des colleurs : pas d'applications linéaires en dimension finie donc pas de théorème du rang !