
🌿 Colles semaine du 6 avril 🌿



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

I Démonstration et définition exigibles

L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.

1. Dimension de l'ensemble des applications linéaires de E dans F . (Proposition 1 Ch18)
2. Formule de changement de bases pour un vecteur (Proposition 6 Ch18).
3. L'ensemble des fonctions en escalier sur un segment $[a, b]$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{F}([a, b], \mathbb{R})$. (Proposition 1 Ch19).
4. Nullité de l'intégrales et fonctions positives (Théorème 2 Ch19).
5. Définition des sommes de Riemann (Def 6 Ch19)+Convergence des sommes de Riemann dans le cas d'une fonction continue et croissante sur $[a, b]$ (Théorème 6 Ch19).
6. Formule de Taylor avec reste intégral. (Théorème 8 Ch19).

II Programme

Matrices : applications et systèmes linéaires

- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.
- Matrices d'applications linéaires. Lien entre calcul de $u(x)$ et AX où $A = \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$.
- Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.
- Matrice de la composée, matrice d'isomorphisme, cas des endomorphismes.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice.
- Matrices de changement de bases : inversibilité, formule de changement de base pour un vecteur, pour une application linéaire. Cas particulier des endomorphismes, matrices carrées semblables.
- Noyau, image et rang d'une matrice : définition, lien avec les applications linéaires codées par une matrice donnée. Propriétés du rang et de l'image.
- Calcul du rang par échelonnement de la matrice : invariance du rang par opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes (savoir donner les formules de matrices d'opérations élémentaires!)
- Méthode : détermination de l'image et du noyau par opérations élémentaires sur les colonnes uniquement.
- Caractérisation des matrices inversibles par le noyau/l'image/le rang.
- Retour sur les systèmes linéaires.

Intégration

- Fonctions en escalier : définition, subdivision adaptée.
- Intégrales de fonctions en escalier, propriétés.
- Approximation de fonctions continues par des fonctions en escaliers.
- Intégrales de fonctions continues, propriétés.
- Nullité de l'intégrale et fonctions positives.
- Théorème fondamental de l'analyse, IPP, Changement de variables.
- Sommes de Riemann : définition, convergence. Quantification de l'approximation dans le cas de fonction \mathcal{C}^1 .
- Méthode des rectangles, des trapèzes.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.
- Formule de Taylor reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange.