

---

☞ Colles semaine du 13 avril ☞

---



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

## I Démonstration et définition exigibles

*L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.*

1. L'ensemble des fonctions en escalier sur un segment  $[a, b]$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{F}([a, b], \mathbb{R})$ . (Proposition 1 Ch19).
2. Nullité de l'intégrales et fonctions positives (Théorème 2 Ch19).
3. Définition des sommes de Riemann (Def 6 Ch19)+Convergence des sommes de Riemann dans le cas d'une fonction continue et croissante sur  $[a, b]$  (Théorème 6 Ch19).
4. Formule de Taylor avec reste intégral. (Théorème 8 Ch19).
5. Inverse d'une matrice de taille  $2 \times 2$  avec le déterminant (Proposition 1 Ch20).

## II Programme

### Intégration

- Fonctions en escalier : définition, subdivision adaptée.
- Intégrales de fonctions en escalier, propriétés.
- Approximation de fonctions continues par des fonctions en escaliers.
- Intégrales de fonctions continues, propriétés.
- Nullité de l'intégrale et fonctions positives.
- Théorème fondamental de l'analyse, IPP, Changement de variables.
- Sommes de Riemann : définition, convergence. Quantification de l'approximation dans le cas de fonction  $\mathcal{C}^1$ .
- Méthode des rectangles, des trapèzes.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.
- Formule de Taylor reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange.

### Déterminants

- Déterminants en dimension 2 : application bilinéaire alternée, inverse d'une matrice de taille  $2 \times 2$ , unicité du déterminant.
- Déterminant en dimension 3 : application trilinéaire alternée, unicité.
- Déterminant en dimension  $n$  : application  $n$ -linéaire alternée, propriété. Action des opérations élémentaires sur les colonnes. Déterminant d'une matrice triangulaire.
- Déterminant du produit et de l'inverse.
- Déterminant de la transposée : action des opérations élémentaires sur les lignes.
- On privilégiera de soit travailler sur les colonnes uniquement, soit sur les lignes uniquement. Si on mélange les deux, on sera très vigilant.e.s aux changement de signes.
- Développement d'un déterminant par rapport à une ligne/colonne : mineur d'indice  $(i, j)$ .
- Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme.
- **À l'attention des colleurs : l'interprétation géométrique du déterminant en dim.2 et 3 sera abordée lundi seulement.**