

---

## 🌿 Colles semaine du 4 mai 🌿

---



Une maîtrise incomplète du cours ainsi que du calcul élémentaire ne peut amener à une note supérieure à 7.

### I Démonstration et définition exigibles

*L'énoncé exact ainsi que la démonstration de chacun des points suivants sont attendus.*

1. Inverse d'une matrice de taille  $2 \times 2$  avec le déterminant (Proposition 1 Ch20).
2. Une matrice carrée et sa transposée ont même déterminant. (Théorème 4 Ch20).
3. Définition du mineur  $\Delta_{i,j}$  et formules de développement du déterminant par rapport à une ligne/colonne (DEF 4 + énoncé Théorème 5 Ch20).
4. Modifier un nombre fini de termes d'une série ne change pas sa nature (Proposition 1 Ch21).
5. Théorème de comparaison série-intégrale (Théorème 4 Ch21).
6. Critère de convergence des séries de Riemann (Théorème 5 Ch21).
7. Convergence absolue implique convergence (Théorème 6 Ch21).

### II Programme

#### Intégration

- Fonctions en escalier : définition, subdivision adaptée.
- Intégrales de fonctions en escalier, propriétés.
- Approximation de fonctions continues par des fonctions en escaliers.
- Intégrales de fonctions continues, propriétés.
- Nullité de l'intégrale et fonctions positives.
- Théorème fondamental de l'analyse, IPP, Changement de variables.
- Sommes de Riemann : définition, convergence. Quantification de l'approximation dans le cas de fonction  $\mathcal{C}^1$ .
- Méthode des rectangles, des trapèzes.
- Extension aux fonctions à valeurs complexes.
- Formule de Taylor reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange.

#### Déterminants

- Déterminants en dimension 2 : application bilinéaire alternée, inverse d'une matrice de taille  $2 \times 2$ , unicité du déterminant.
- Déterminant en dimension 3 : application trilinéaire alternée, unicité.
- Déterminant en dimension  $n$  : application  $n$ -linéaire alternée, propriété. Action des opérations élémentaires sur les colonnes. Déterminant d'une matrice triangulaire.
- Déterminant du produit et de l'inverse.
- Déterminant de la transposée : action des opérations élémentaires sur les lignes.
- On privilégiera de soit travailler sur les colonnes uniquement, soit sur les lignes uniquement. Si on mélange les deux, on sera très vigilant.e.s aux changements de signes.
- Développement d'un déterminant par rapport à une ligne/colonne : mineur d'indice  $(i, j)$ .
- Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme.
- Interprétation géométrique du déterminant en dim.2 et 3 sera abordée lundi seulement.
- Séries numériques : définition, vocabulaire, notations.

- Limite d'une série : somme, reste. Exemple des séries géométriques et série harmonique.
- Propriétés des séries convergentes. Notion de divergence grossière. Modifier un nombre fini de termes ne change pas la nature d'une série.
- L'ensemble des séries numériques convergentes est un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.
- Convergence et séries télescopiques.
- Séries à termes positifs (STP) : définition, critère de convergence, comparaison série-intégrale. Comparaison de STP. STP de termes généraux équivalents.
- Séries de Riemann : critère de convergence.
- Séries absolument convergentes : définition. Convergence absolue implique convergence.
- Comparaison d'une série de terme général quelconque avec une STP.
- Formule de Stirling.
- Séries alternées : définition, critère de convergence.
- Application au développement décimal d'un réel.
- **HP mais quand même au programme : Produit de Cauchy de séries . Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes. Application à l'exponentielle complexe.**