

**Du 08 Décembre au 19 Décembre 2025 :****Primitives et équations différentielles**

- Primitive d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .
- Primitives de fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme.
- Primitives usuelles de fonctions composées. Primitives du type  $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$ .
- Calcul d'une intégrale à l'aide de primitives. Intégration par parties. Changement de variable.
- Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre. Résolution d'une équation homogène. Forme des solutions. Principe de superposition. Méthode de la variation de la constante. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants. Résolution de l'équation homogène. Forme des solutions. Principe de superposition. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

**Ensembles de nombres usuels, arithmétique dans  $\mathbb{Z}$** 

- Multiples et diviseurs d'un entier. Division euclidienne dans  $\mathbb{Z}$ . PGCD, PPCM de deux entiers naturels non nuls. Algorithme d'Euclide.

**Démonstrations de cours exigibles :**

1. IPP (demo)+ application à intégrales de Wallis
2. Changement de variable (demo)+ application à avec  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3(t)}{\sin^4(t)} dt$
3. Primitives du type  $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$  (expliquer rapidement la démarche + exemple au choix de la colleuse ou colleur parmi  $\frac{1}{2x^2 + 4x - 6}$  ;  $\frac{1}{x^2 - 6x + 9}$  ;  $\frac{1}{x^2 + x + 1}$ ).
4. Exercice : Déterminer une primitive de  $x \mapsto e^{2x} \cos(3x)$  et de  $x \mapsto \sin^5 x$  par l'utilisation des complexes.
5. Résolution équation linéaire d'ordre 1 (expliquer sur résoudre  $y' - \frac{1}{2x}y = \sqrt{x}$  sur  $I = \mathbb{R}_+^*$ ) + (à partir de mardi) Énoncé problème de Cauchy ordre 1 avec application à l'exemple  $y(1) = 1$ .
6. Exercice : Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $y' - 2y = \cos(x)$ .
7. Résolution équation linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants (énoncé dans  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ ) + principe de superposition + 2nd membre polynôme exponentiel
8. Exercice : résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $y'' - y = e^{2x} - e^x$
9. Théorème fondamental de l'arithmétique (énoncé + pgcd, ppcm avec des nombres au choix)
10. Théorème de division euclidienne dans  $\mathbb{Z}$  (Existence dans  $\mathbb{N}$  + idée des autres cas + unicité dans  $\mathbb{Z}$  ;

**Remarque : toutes les définitions et énoncés du cours doivent être parfaitement connus, même si elles ne figurent pas dans les questions de cours.**

Note aux colleuses et colleurs : Pas fait bcp d'exos sur les équations différentielles en début de semaine.

Les étudiantes et les étudiants doivent :

- Savoir calculer des primitives et des intégrales
- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 (à coefficients non constant avec second membre) et ordre 2 (à coefficients constants avec second membre polynôme-exponentiel ou type cos, sin). Problème de Cauchy.
- calculer un pgcd ou un ppcm

Merci de votre collaboration